

مجموع الساعات الاسبوعية				هيئة التعليم التقني اللجنة القطاعية الادارية المجموعة الاستشارية لأقسام إدارة المخازن تقنيات التسويق / تقنيات ادارة المواد السنة الدراسية الاولى
عدد الوحدات	المجموع	عملي	نظري	
6	3	2	1	

هدف المادة : تعريف الطالب بأهمية علم الاحصاء و مراحل الطرق الاحصائية ابتداء من جمع البيانات و التحليل الاحصائي واهمية استخدام البرامج الاحصائية المختلفة ، و تعريفه بالطرق و الاساليب الاحصائية و تطبيقاتها في المجالات المختلفة لمواضيع ادارة المواد التي يدرسها الطالب .

نظري

الاسبوع	تفاصيل المفردات
1	علم الاحصاء - تعريفه - علاقته بالعلوم الاخرى - الطريقة العلمية للبحث - جمع البيانات ، تصنيف البيانات - عرض البيانات - تحليل البيانات
2	مصادر البيانات - طرق الحصول على البيانات - التسجيل الشامل - العينات - الاستبيانات - شروطها - اجرائها
3	عرض توزيع البيانات - العرض الجدولي للبيانات - التوزيع التكراري - التوزيع التكراري المزدوج (الثاني)
4	العرض البياني للبيانات غير المبوبة : 1- الخط البياني 2- الاشرطة البيانية 3- الدائرة البيانية 4- المستطيل البياني
5	العرض البياني للبيانات المبوبة : المدرج التكراري 2- المضلع التكراري 3- المنحنى التكراري
6	تطبيق عملي على الحاسوب باستخدام البرنامج الاحصائي SPSS
7 ، 8 ، 9	مقاييس النزعة المركزية : الوسط الحسابي - الوسيط - المنوال - العلاقة بين المتوسطات SPSS - تطبيق عملي على الحاسوب باستخدام البرنامج الاحصائي
10 ، 11 ، 12	مقاييس التشتت - المدى - الانحراف المعياري والتباين - معامل الاختلاف - الدرجة المعيارية SPSS تطبيق عملي على الحاسوب باستخدام البرنامج الاحصائي
13 ، 14	الارتباط الخطي البسيط - مفهومة - طريقة احتسابه نظريا SPSS - تطبيق عملي على الحاسوب باستخدام البرنامج الاحصائي
15 ، 16 ، 17	ارتباط الرتب - معامل ارتباط الرتب لسبيرمان - معامل الاقتران SPSS - تطبيق عملي على الحاسوب باستخدام البرنامج الاحصائي
18 ، 19 ، 20 ، 21	طريقة المربعات الصغرى لإيجاد معادلة الانحدار الخطي البسيط - استخدام الزمن كمتغير مستقل لتحديد معادلة خط الاتجاه العام للسلسلة الزمنية SPSS - تطبيق عملي على الحاسوب باستخدام البرنامج الاحصائي
22 ، 23 ، 24	الارقام القياسية - مفهومها - استخدامها ، حساب الارقام القياسية البسيطة - رقم لاسبير ، رقم باش الرقم الامثل لفيشر
25 ، 26	اختيار T - Z لمتوسط واحد و متوسطين
27 ، 28	اختيار T لمتوسط واحد و متوسطين
29 ، 30	X2 اختيار مربع كاي للاستقلالية

المفردات العملي لمادة : الاحصاء

المفردات	الاسبوع
تطبيق على طرق جمع البيانات واعداد استمارة الاستبيان	2 - 1
تطبيق على العرض الجدولي للبيانات	3
تطبيق على العرض البياني للبيانات غير المبوبة	4
تطبيق على العرض البياني للبيانات المبوبة	5
التعريف بالبرنامج الاحصائي SPSS و استخدامه في تطبيقات على العرض الجدولي والبياني للبيانات	7 - 6
تطبيقات على مقاييس النزعة المركزية وحسابها باستخدام البرنامج الاحصائي SPSS	9 - 8
تطبيقات على مقاييس التشتت وحسابها باستخدام البرنامج الاحصائي SPSS	11 - 10 12
تطبيقات على الارتباط الخطي البسيط وحسابه باستخدام البرنامج الاحصائي SPSS	14 - 13 17 16 - 15
تطبيقات على معادلة الانحدار الخطي البسيط وحسابها باستخدام البرنامج الاحصائي SPSS	19 - 18 21 - 20
تطبيقات على الارقام القياسية وحسابها باستخدام البرنامج الاحصائي SPSS	23 - 22 24
تطبيقات على اختبارات الفروض الاحصائية Z , T وحسابها باستخدام البرنامج الاحصائي SPSS	26 - 25 28 - 27
تطبيقات على اختبار مربع كاي للاستقلالية وحسابه باستخدام البرنامج الاحصائي SPSS	30 - 29

الفصل الاول

المقدمة ووصف البيانات

مقدمة التعريف بعلم الاحصاء

عرف الاحصاء قديماً وتم استخدامه من قبل الفراعنه في بناء الأهرامات حيث قاموا بتعداد السكان مصر وثروتها واستخدموا النتائج في تنظيم مشروع البناء. وكذلك في عصر الدولة الاسلامية استخدم الخليفة المأمون فكرة الحصر والعد لمعرفة عدد السكان ومقدار الزكاة.

ان كلمة الاحصاء في الماضي كانت تهدف الى العد والحصر حتى سمي الاحصاء بعلم العد (The Science Of Counting) وكان استخدام الاحصاء في البداية مقصورا على الاعمال الخاصة بشؤون الدولة كما يدل على ذلك الأصل اللغوي في أسم هذا العلم وهو "Statistics" حيث كلمة "State" تعني الدولة.

أما معنى إحصاء لأي فرد فكان مقتصرأ على الجداول العددية التي تصف ظاهرة معينة او على الرسوم البيانية او الاشكال التصويرية التي تعرض التغيرات في ظاهرة خلال فترة معينة. ويمكن ملاحظة ذلك من خلال حياتنا اليومية مثلا التطلع في الصحف اليومية حيث يمكن ان تشاهد بعض الجداول التي تبين معدل كميات نزول المطر او

تمثيل بيانات عن اسواق النقد والتقلبات في العملة والاسهم...ألخ من المعلومات والرسومات الإحصائية. اما اليوم فقد اصبح للإحصاء اهمية كبيرة في كثير من المفردات اليومية ، واصبح علما مستقلا له اهميته كوسيلة واداة في البحث العلمي لجميع العلوم.

Definition of statistics

تعريف علم الإحصاء :

- 1- هو العلم الذي يعمل على استخدام الأسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وتبويبها وتلخيصها وعرضها وتحليلها بهدف الوصول إلى استنتاجات واتخاذ قرارات مناسبة بشأنها.
- 2- هو لعلم الذي يهتم بوصف طرق متعددة لجمع البيانات والمشاهدات ومن ثم يتم تنظيمها وعرضها باستخدام الأساليب العلمية لتحليلها واستخلاص النتائج منها.
- 3- هو مجموعة من النظريات العلمية التي تبحث في التغيرات التي نشاهدها في الظواهر الطبيعية والاقتصادية والاجتماعية وتحليل هذه المشاهدات للتعرف على حقيقة هذه التغيرات والعلاقات التي تربط بينها للسيطرة على هذه التغيرات والتنبؤات

يمكن تقسيم الإحصاء إلى قسمين رئيسيين :-

1- الإحصاء الوصفي (Descriptive statistics) :- الذي يمثل الطرق الرقمية والحسابية لجمع المعلومات والبيانات لتلخيصها ومن ثم عرض المعلومات عن طريق الجداول والرسوم البيانية وغيرها .

2- الإحصاء الاستدلالي :- هو ذلك الجزء من الإحصاء الذي يعني بتحليل البيانات المتوفرة في العينة sample كأساس لتحليل البيانات الموجودة في المجتمع population للتوصل إلى أساليب التقدير والاختيار واتخاذ القرار والتنبؤ أو الاستقراء . ويلعب هذا الجزء من الإحصاء دورا مهما في عملية التخطيط .

علاقة الإحصاء بالعلوم الأخرى

لعلم الإحصاء علاقة وطيدة بالعلوم الأخرى منها الرياضيات والعلوم الاجتماعية والعلوم الاقتصادية والطبيعية والتربية والهندسة وفي مجال التخطيط والإدارة . وسنتطرق إلى بعض المجالات التي يطبق فيها الإحصاء:

- أ- العلوم الاجتماعية :- وتشمل تعداد السكان بهدف التعرف على خصائصهم من حيث العمر، والنشاط الاقتصادي، والحالة التعليمية، ودراسة حركة السكان .
- ب- العلوم الاقتصادية :- وتشمل إحصاءات التجارة الخارجية والتغيرات في الأسعار وحجم القوى العاملة وإحصاء الدخل القومي.
- ت- العلوم الطبيعية :- وتشمل دراسة التغيرات الجوية ودراسة فعاليات الأدوية والمركبات الكيماوية
- ث- في مجال التخطيط :- لإعداد أي خطة لا بد من توفر معلومات وبيانات إحصائية بل يعتبر الإحصاء ضرورة لكل من يشترك بعملية التخطيط .

الطريقة الإحصائية (statistical method) :- هي الطريقة العلمية الخاصة في معالجة ما تم الحصول عليه من بيانات لاستخلاص الاتجاهات الرقمية لبعض الظواهر العلمية والاجتماعية التي تتمثل في مشاهدات وحالات متعددة لتحقيق الهدف بأقل وقت وأقل كلفة.

مراحل الطريقة الإحصائية

- 1- مرحلة جمع البيانات
- 2- مرحلة تصنيف وتبويب البيانات
- 3- مرحلة عرض البيانات
- 4- مرحلة تحليل البيانات
- 5- مرحلة استخلاص النتائج وتفسيرها والتنبؤ بها

مرحلة جمع البيانات (Collection of data) :- تجمع البيانات من مصادرها حيث إن كل دراسة لأي ظاهرة أو مشكلة تحتاج لأن تجمع لها بيانات حول الموضوع لغرض التحليل وتجمع البيانات من مصدرين :-

أولاً :- المصادر التاريخية (Historical sources) :- هي البيانات المدونة أو المنشورة والتي تجمع إما من نتائج دراسات وبحوث سابقة قامت بها الدولة أو هيئات أخرى لإغراض تهمها أو تجمعت لدى الدولة بحكم وظائفها الإدارية وتسمى البيانات التي تجمع من المصادر التاريخية (بيانات ثانوية) .

مثال :-

أ- الحصول على عدد الطلبة المقبولين في المهد التقني في البصرة لمدة خمسة سنوات سابقة من خلال الرجوع إلى السجلات في وحدة سجلات شؤون الطلبة.
ب- الجرد السنوي لموجودات احد المخازن يمكن الرجوع إلى السجلات المخزنية.

ثانياً:- المصادر الميدانية (filed sources) :- تجمع هنا البيانات من مصادرها الأصلية ويلجأ الباحث إلى هذا الأسلوب عندما لا تتوفر البيانات من المصدر الأول (السجلات) أو إن طبيعة البحث أو الدراسة تتطلب نوع معين من البيانات ويسمى هذا النوع من البيانات بـ (بيانات أولية) . والوسيلة التي تجمع بواسطتها البيانات ميدانيا هي الاستمارة الإحصائية .

الاستمارة الإحصائية (استمارة استبيان) :- يحتاج الباحث لجمع البيانات من مصادر الميدان إلى تصميم أسئلة بحسب نوع البيانات المحددة المطلوبة بموجب البحث وتسمى الورقة التي تحتوي على الأسئلة بالاستمارة الإحصائية أو تسمى استمارة الاستبيان . وتتألف هذه الاستمارة عادة من صفحة واحدة أو عدة صفحات تحتوي على الأسئلة التي يريد الباحث إجابات عنها حيث يترك فراغ عند كل سؤال لتسجيل الإجابة عليها وهنا يختلف تصميم الاستمارة من باحث إلى آخر وحسب موضوع البحث إلا إن هناك شروطاً عامة يجب مراعاتها عند تصميم الاستمارة منها :-

- 1- إن تكون الأسئلة مختصرة وواضحة ولا تحتمل أكثر من تغيير .
- 2- أن يكون عددها اقل ما يمكن .
- 3- تفضل الإجابة بنعم أو لا أو ذات إجابة محددة .
- 4- إن تكون الإجابات قابلة للتصنيف والتبويب . ومن أسس التصنيف :
 - أ- اساس نوعي (ذكور و اناث)
 - ب- اساس جغرافي : المناطق او المحافظات او حسب (ريف و حضر)
 - ت- اساس زمني : تصنيف المهاجرين حسب سنة دخولهم
 - ث- اساس مشترك : حسب معيارين مثلا (ريف – ذكور) ، (ريف – اناث) ، (حضر - ذكور) ، (حضر – اناث)
- 5- تكرار بعض الأسئلة بصيغ مختلفة على إن تكون متباعدة وخاصة عندما يراد بيانات دقيقة حول نقطة ذات خصوصية .
- 6- أن تتضمن الاستمارة مقدمة يذكر فيها هدف البحث بأسلوب يستميل الشخص المطلوب منه المعلومات ويوفق إلى الإجابة على الأسئلة في الاستمارة بصورة صحيحة ودقيقة .

مثال :- نتيجة لتأخر الطلاب في المرحلة الأولى للعام الدراسي 2015-2016 في الحضور إلى المعهد والالتحاق بمقاعد الدراسة في موعد المحاضرة المحدد قامت الوحدة العلمية في المعهد بإعداد دراسة لبيان أسباب هذا التأخير وإمكانية تأمين وسائل لنقل الطلاب إلى المعهد ... لإجراء هذه الدراسة يتطلب تنظيم استمارة استبيان لطلبة المرحلة الأولى لغرض تنفيذ وانجاز البحث.

استمارة استبيان رقم () لطلبة المرحلة الأولى للعام الدراسي 2015-2016

عزيزي الطالب

تثبيت المعلومات الدقيقة تعني تقديم الخدمة الأفضل لمعالجة مشاكل تأخركم عن الدوام ،

أملين

ملاً الاستمارة وتسليمها إلى الوحدة العلمية خلال أسبوع بموعد أقصاه 2016/1/ 1

1- القسم

2- الجنس ذكر أنثى

3- كيف تصل إلى المعهد

سيارة أجرة	سيارة العائلة	اشترك خط نقل الطلاب
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

4- كم مرة منعك المدرس من دخول المحاضرة الصباحية بسبب التأخير

لم اتأخر مرة	مرة واحدة	مرتين	أكثر من مرة
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

5- كم تكلفك أجور النقل

6- ماهية منطقة سكنك

محافظة	قضاء	المحلة
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

7- هل إن موعد بدء المحاضرة الأولى يناسبك

نعم	لا	إجابة آخرة
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

تمرين رقم 1 / إذا طلب منك إعداد دراسة حول الطرق ولإجراءات الكفيلة برفع المستوى العلمي لطلبة قسم تقنيات إدارة المواد المرحلة الأولى ، ولإعداد هذه الدراسة تحتاج لبيان رأي الطلبة المطلوب :إعداد استمارة استبيان تتضمن مجموعة أسئلة لا نجاز البحث ؟

(Random Sample) العينة العشوائية

يمكن الحصول على البيانات الميدانية بطريقتين الأولى تسمى الحصر الشامل ، أو التسجيل الشامل وهو الأسلوب الذي تجمع فيه البيانات من جميع مفردات المجتمع الإحصائي كم هو الحال في تعداد السكان ، وتعتبر هذه الطريقة من أفضل الطرق لكن الصعوبات المالية والفنية واحتياجها إلى وقت طويل يجعل من الصعب استخدامها في كافة مجالات البحث العلمي.

والطريقة الثانية تسمى أسلوب العينات وتجمع البيانات في هذه الطريقة من مجموعة من الوحدات أخذت من المجتمع الإحصائي والهدف من دراسة هذه المجموعة من الوحدات أن تكون بديلا للمجتمع الإحصائي.

س :- ما المقصود بالمجتمع الإحصائي أو مجتمع البحث؟

إن مجتمع البحث يعني جميع مفردات الظاهرة التي يدرسها الباحث فإذا كان الباحث يدرس مشكلات الأسرة الريفية في العراق فان مجتمع بحثه هو جميع الأسر الريفية في العراق كافة ، وان كان يدرس مشاكل طلبة المعاهد ، فان مجتمع بحثه طلبة المعاهد العراقية كافة الخ
إذن مجتمع البحث هو جميع الأفراد أو الأشخاص أو الأشياء الذين يكونون موضوع مشكلة البحث . ولكن هل يستطيع الباحث أن يدرس جميع أفراد مجتمع البحث ؟ الجواب كلا لأنه يحتاج إلى وقت طويل وجهد ومال كثير .. وفي هذه الحالة على الباحث أن يختار جزءا من مجتمع البحث نسميه عينة البحث .

العينة (Sample) :- هي جزء من المجتمع الإحصائي أو مجتمع البحث اختيرت بطريقة بحيث أنها (أي العينة) تمثل المجتمع تمثيلا صادقا وعن طريق دراستها يتمكن الباحث أن يصف خواص المجتمع ، وذلك بتعميم النتائج التي يحصل عليها من دراسة العينة .

مزايا وخواص العينات :

- 1- اختصار الوقت والجهد والتكاليف .
- 2- يمكن الحصول على النتائج بسرعة وسهولة وبصورة كاملة وذلك لان العينة اصغر حجما من المجتمع و هذا ما يسهل على الباحثين تتبع غير المجيبين على الأسئلة .
- 3- هنالك بعض الحالات التي لا يمكن فيها إجراء الحصر الشامل نتيجة طبيعة المجتمع لذا نلجأ إلى اسلوب العينات ... مثال ذلك لدراسة مجتمع الطيور أو الأسماك ، وكذلك في حقل البحوث الطبية مثل تأثير دواء معين على مرض من الأمراض ، أو في التجارب الصناعية أو اختبارات السيطرة النوعية .

أنواع العينات :

يمكن التعرف على أسلوبين لاختيار العينة هما أسلوب العينة العشوائية أو الاحتمالية **Random Sample** وأسلوب العينة غير العشوائية **Non - Random Sample**. في أسلوب العينة العشوائية يختار الباحث أفراداً ممثلين للمجتمع الأصلي لكي يستطيع تعميم النتائج على المجتمع كله وفي هذه الحالة يكون جميع أفراد المجتمع الأصلي للبحث معروفين و محددين فالتمثيل هنا يكون دقيقاً .

أما أسلوب العينة غير العشوائية فيمكن استخدامه في حالة عدم معرفة جميع أفراد مجتمع البحث مثال ذلك دراسة أحوال المتهربين من الضرائب ، إن مثل هذه المجتمعات غير محددة وأفرادها غير معروفين لدى الباحث فلا يستطيع أخذ عينة عشوائية منهم بحيث تمثلهم بدقة .. فيعتمد الباحث أسلوب العينة غير العشوائية ويختار عينة حسب معايير معينة يضعها الباحث .

ومن الجدير بالذكر إن المعاينة العشوائية تعطي لكل وحدة من وحدات مجتمع البحث فرصة متساوية للظهور في أن يتم اختيارها في العينة . وهذا يضمن أن وحدات العينة قد تم اختيارها بدون تحيز ويعطي نتائج حيادية . وهناك أربعة أشكال أساسية للمعاينة العشوائية هي :-

- 1- العينة العشوائية البسيطة .
- 2- العينة العشوائية الطبقيّة .
- 3- العينة العشوائية المنتظمة (الأسلوبية) .
- 4- العينة العشوائية متعددة المراحل .

و سنتناول في دراستنا في هذا الفصل العينة العشوائية البسيطة و العينة العشوائية الطبقيّة .

Simple Random Sample

1- العينة العشوائية البسيطة:

هي العينة المأخوذة من المجتمع الذي أعطيت لوحداته فرصة الظهور نفسها .. ومن أهم شروطها هو أن يكون المجتمع متجانس أي وحداته متماثلة ... ويتم اختيار العينة العشوائية البسيطة بان يحدد حجم العينة أولاً ويتم السحب بطريقة تكافؤ الفرص أي إعطاء فرصة الظهور نفسها لكل وحدة من وحدات المجتمع لكي تكون احد الوحدات المختارة في مكونات العينة .

مثال /1:

معمل لإنتاج نوع معين من المصابيح الكهربائية :

- أ- ما هو نوع العينة المسحوبة؟ تكون العينة المسحوبة عشوائية بسيطة ، لان الإنتاج متماثل .
- ب- إذا افترضنا إن الإنتاج اليومي 500000 مصباح تنتج بوجبة عمل واحدة (8) ساعات وتم تحديد حجم العينة (40) مصباح ، كيف يتم اختيار العينة ؟
يتم اختيار العينة باختيار (5) مصابيح من الإنتاج لكل ساعة ، وبالتالي يكون حجم العينة (40) مصباح .

مثال 2:

مخزن يحتوي على مادة السكر منشأ كوبي بعبوات سعة 50 كغم للعبوة ، ما هو نوع العينة المسحوبة ؟ ولماذا ؟ تكون العينة المسحوبة عشوائية بسيطة ، لان المخزون متماثل .

Stratified Random Sample

2- العينة العشوائية الطبقية

عندما يكون المجتمع الإحصائي أو مجتمع البحث مكون من طبقات بسبب بعض الاعتبارات والمعايير إلا إن كل طبقة من هذه الطبقات تتضمن بعض الصفات تميزها عن غيرها لذلك فإن استخدام طريقة العينة العشوائية البسيطة غير ممكن بسبب عدم التجانس بين الوحدات ، إلا إن كل طبقة من طبقات المجتمع الإحصائي متجانسة وإن عملية اختيار العينة العشوائية الطبقية تتم باختيار عينات عشوائية بسيطة من كل طبقة ومجموع هذه العينات يمثل العينة العشوائية الطبقية

وهنا يجب إن نأخذ التركيب النسبي للمجتمع الإحصائي لتحديد حجم العينة من كل طبقة. وتحسب العينة العشوائية الطبقية وفق الصيغة التالية :

العينة العشوائية الطبقية = حجم العينة من الطبقة الأولى + حجم العينة من الطبقة الثانية + حجم العينة من الطبقة الثالثة + الخ

حجم الطبقة (1،2،... الخ)

حجم العينة من الطبقة (1،2،... الخ) = $\frac{\text{حجم العينة المطلوبة}}{\text{حجم المجتمع الكلي}}$ * حجم العينة المطلوبة

حجم المجتمع الكلي = حجم الطبقة الأولى + حجم الطبقة الثانية + حجم الطبقة الثالثة + الخ

مثال:

إذا طلب منك سحب عينة عشوائية زنتها (120) كغم من مخزن يحتوي على (240) طن من حديد التسليح مكون من : (40) طن قياس 1 انج ، (80) طن قياس 2/1 انج ، (90) طن قياس 4/1 انج ، (30) طن قياس 8/1 انج .

المطلوب :- ما هو نوع العينة المسحوبة؟ تكون العينة المسحوبة عشوائية طبقية ؟

حجم المجتمع الكلي = حجم الطبقة الأولى + حجم الطبقة الثانية + حجم الطبقة الثالثة + حجم الطبقة الرابعة
 = (40) طن + (80) طن + (90) طن + (30) طن
 = (240) طن

حجم الطبقة للعينة

حجم العينة من الطبقة للعينة = $\frac{\text{حجم العينة المطلوبة}}{\text{حجم المجتمع الكلي}}$ * حجم العينة المطلوبة

(40) طن

حجم العينة من الطبقة (1) = $\frac{(40) \text{ طن}}{(240) \text{ طن}} * (120) \text{ كغم} = (20) \text{ كغم}$

(80) طن

حجم العينة من الطبقة (2) = $\frac{(80) \text{ طن}}{(240) \text{ طن}} * (120) \text{ كغم} = (40) \text{ كغم}$

(90) طن

حجم العينة من الطبقة (3) = $\frac{(90) \text{ طن}}{(240) \text{ طن}} * (120) \text{ كغم} = (45) \text{ كغم}$

(30) طن

حجم العينة من الطبقة (4) = $\frac{(30) \text{ طن}}{(240) \text{ طن}} * (120) \text{ كغم} = (15) \text{ كغم}$

$$\begin{aligned} & \text{العينة العشوائية الطبقة} = \text{حجم العينة من الطبقة الأولى} + \text{حجم العينة من الطبقة الثانية} + \\ & \text{حجم العينة من الطبقة الثالثة} + \text{حجم العينة من الطبقة الرابعة} \\ & = (20) \text{ كغم حديد قياس 1 انج} + (40) \text{ كغم حديد قياس 2/1 انج} \\ & + (45) \text{ كغم حديد قياس 4/1 انج} + (15) \text{ كغم حديد قياس 8/1} \\ & = (120) \text{ كغم} \end{aligned}$$

مثال :- إذا طلب منك سحب عينة عشوائية من (120) طالب من طلبة المعهد التقني في البصرة المرحلة الاولى البالغ عددهم 2100 طالب من الذكور مكون من :-
350 من الاقسام الطبية ، 700 من الاقسام التكنولوجية ، 1050 طالب من الاقسام الادارية .
المطلوب :- ما هو نوع العينة المسحوبة ؟ تكون العينة المسحوبة عشوائية طبقية وكما يلي:

$$\begin{aligned} & \text{حجم المجتمع الكلي} = \text{حجم الطبقة الأولى الاقسام الطبية} + \text{حجم الطبقة الثانية الاقسام} \\ & \text{التكنولوجية} + \text{حجم الطبقة الثالثة الاقسام الادارية} \\ & = 350 \text{ طالب} + 700 \text{ طالب} + 1050 \text{ طالب} \\ & = 2100 \text{ طالب} \end{aligned}$$

$$\text{حجم العينة من الطبقة (الاقسام الطبية)} = \frac{350}{2100} * 120 \text{ طالب} = 20 \text{ طالب}$$

$$\text{حجم العينة من الطبقة (الاقسام التكنولوجية)} = \frac{700}{2100} * 120 \text{ طالب} = 40 \text{ طالب}$$

$$\text{حجم العينة من الطبقة (الاقسام الادارية)} = \frac{350}{2100} * 120 \text{ طالب} = 60 \text{ طالب}$$

$$\begin{aligned} & \text{العينة العشوائية الطبقة} = \text{حجم العينة من الطبقة الأولى} + \text{حجم العينة من الطبقة الثانية} + \text{حجم} \\ & \text{العينة من الطبقة الثالثة} \\ & = (20) \text{ طالب من الاقسام الطبية} + (40) \text{ طالب من الاقسام} \\ & \text{التكنولوجية} + (60) \text{ طالب من الاقسام الادارية} \\ & = 120 \text{ طالب} \end{aligned}$$

تدريب :- إذا كان عدد المسجلين من طلاب السنة الاولى في جامعة البصرة ، كلية الادارة والاقتصاد للعام الدراسي 2013 – 2014 وحسب الاقسام العلمية :
(ادارة الاعمال 1200 طالبا ، الاقتصاد 1400 طالبا ، الاحصاء 400 طالبا ، المحاسبة 800 طالبا ، العلوم المالية والمصرفية 600 طالبا)
المطلوب :- ايجاد عينة حجمها 20 % من المجتمع الكلي ؟

مرحلة تصنيف وتبويب البيانات :- إن البيانات الأولية التي يتم جمعها لا يمكن الإفادة منها ما لم تجمع وتنسق حتى يمكن الإلمام بما تضمنته من معلومات. وتتكون هذه المرحلة من خطوتين :

1- تصنيف البيانات (CLASSIFICATION of DATA) :- حيث يتم استبعاد الاستمارات الناقصة , وتجمع البيانات على أساس قاعدة معينة كاشتراكها في بعض الصفات :-

- أ- الصفات المميزة (كالجنس أو المهنة).
- ب- التصنيف المكاني أو الجغرافي حسب المناطق.
- ت- التصنيف الزماني حسب الأيام والا شهر والسنين.

فلو كان لدينا بيانات أولية حول عدد طلبة المرحلة الأولى في المعهد التقني قسم تقنيات إدارة المواد والتي تم استطلاع أرائهم بموجب استمارة الاستبيان التي تم مناقشتها في المحاضرة السابقة ،فإننا قد نصنف المعلومات إلى :-

- أ- تقسيمهم إلى طلبة وطالبات وهو التصنيف حسب الصفات المميزة .
- ب- تقسيمهم حسب مناطق سكناهم وهو تصنيف مكاني .
- ت- مقارنة عددهم مع السنوات السابقة وهو تصنيف زمني .

2- تبويب البيانات (TABULATION of DATA) :- يعرف التبويب على انه تفرغ البيانات التي تم الحصول عليها في جداول في حدود التصنيف الموضوع. وتسمى هذه الجداول بالجدول البسيطة .

أنواع التبويب : تقسم الى عدة تبويبات منها مايلي :-

اولا :- العرض الجدولي للبيانات وتنقسم الى عدة تبويبات منها :-

أ- التبويب الزماني (Time Tabulation) :- هو فرز البيانات إلى مجموعات على أساس إن تكون كل مجموعة منها تعود إلى وحدة زمنية كاليوم والشهر والسنة . او هو اعتماد وحدة الزمن كأساس لتوزيع البيانات .
والمثال التالي يوضح عدد الطلبة المقبولين في قسم تقنيات إدارة المواد وحسب السنوات المؤشرة :

عدد الطلاب	العام الدراسي
110	2008 -2007
140	2009 -2008
220	2010 -2009
300	2011 -2010
180	2012 -2011
240	2013 -2012

ب- التبويب الجغرافي (Geographical tabulation) :- أساسه تقسيم البيانات إلى مجموعات كل منها خاص بوحدة جغرافية معينة كالبلد - المدينة - المحلة. أو هو اعتماد وحدة المكان كأساس لتوزيع البيانات

مثال :- توزيع طلبة المرحلة الأولى في القسم للعام دراسي 2012- 2013 حسب مناطق سكنهم الحالية :

المنطقة	العشار	أجنبيه	المعقل	الجمهورية	حي الحسين	أقرنه والمدينة	الزبير وأم قصر	المجموع
عدد الطلاب	45	34	36	31	44	20	30	240

ج - التبويب الكمي (Quantitative tabulation) :- عبارة عن تجميع البيانات المصنفة وترتيبها في جداول على أساس إن كل مجموعة منها خاصة بوحدة كمية معينة كوحدة الوزن ، الطول ، المسافة ، الحجم ، الشهادة ، الدرجة الوظيفية الخ والجدول التالي يمثل الكادر التدريسي في المعهد حسب الشهادة:

العدد	الشهادة
20	دكتوراه
50	ماجستير
80	بكالوريوس
150	المجموع

ثانيا :- جداول التوزيع التكرارية :-

1- جدول التوزيع التكراري البسيط Simple frequency distribution

الجدول التي تناولناها أنفا حيث تتوزع فيها البيانات حسب صفه واحده وتتألف عادة من عمودين الأول يمثل الظاهرة والثاني يمثل عدد المفردات التابعة لكل مشاهدته تسمى الجداول البسيطة وعادة تستخدم هذه الطريقة عند ما يكون عدد المفردات قليلا إما عندما يكون عدد المفردات كبير فمن الأسهل استخدام ما يسمى بالجدول التكراري ويتم ذلك بتجميع أو توزيع البيانات الموجودة في مجموعة كبيره من القيم إلى أكثر من مجموعة صغيرة أو ما يسمى بالفئة class وعدد القيم التي تقع ضمن هذه الفئة تسمى بالتكرار . ولبناء جدول التوزيع التكراري علينا ملاحظة ما يلي :

أ- الفئة :- هي مجموعة صغيرة من قيم الظاهرة المدروسة تشترك في صفه معينة .

مثال :- درجات الطلبة في مادة الإحصاء تراوحت بين :-

التكرار (عدد الطلبة)	50-40	60-50	70-60	80 -70	90-80
الفئة (الدرجات)	12	20	18	20	10

- ب- حدود الفئة :- لكل فئة بداية تسمى الحد الأدنى للفئة ونهاية تسمى الحد الأعلى للفئة ، وينبغي إن تكون حدود الفئات إعداد صحيحة لتسهيل العمليات الحسابية .
ت- مركز الفئة :- هي حاصل جمع الحد الأدنى للفئة والحد الأعلى للفئة مقسومة على اثنين

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة} + \text{الحد الأعلى للفئة}}{2}$$

- ث- تكرار الفئة :- يمثل جزء من مفردات الظاهرة التي تتصف بكونها تقع من حيث القيمة العددية ما بين حدي الفئة بحيث إن مجموع هذه الأجزاء يشكل إجمالي عدد مفردات الظاهرة .
ج- المدى :- (R) :- هو الفرق بين اكبر قيمة واقل قيمة لعموم قيم الظاهرة + 1

$$\text{المدى} = (\text{اكبر قيمة} - \text{اقل قيمة}) + 1 \quad R = (XL - XS) + 1$$

- ح- عدد الفئات :- (K) :- يمكن القول انه ليست هناك قاعدة عامه لتحديد عدد الفئات ولكن يمكن اختيار ذلك العدد من الفئات والذي يتناسب مع حجم البيانات والأهداف المتوخاة من التحليل ويعتمد أيضا على خبرة الباحث. إلا انه عموما فإن عدد الفئات يجب إن لا يقل عن (5) ولا يزيد عن (15) .
ملاحظة :- في حالة لم يذكر بالسؤال عدد الفئات ففي هذه الحالة يتم استخراج عدد الفئات من خلال الصيغة الآتية : $K = 1 + 3.3 \text{Log}(n)$ من هذه الصيغة نستخرج عدد الفئات

- خ- طول الفئة (W) :- والذي يمثل الفرق بين الحد الأعلى للفئة والحد الأدنى للفئة ويستخرج من الصيغة التالية :-

$$\text{طول الفئة (W)} = \frac{\text{المدى (R)}}{\text{عدد الفئات (K)}}$$

أنواع الفئات :- يوجد نوعين من الفئات :-

- 1- الفئات المتصلة والمتساوية : وهي الفئات التي يكون فيها الحد الأعلى للفئة الأولى يساوي الحد الأدنى للفئة الثانية أو التي تليها وتكون متساوية لكون طول الفئة الأولى تساوي طول الفئة الثانية والثالثة وهكذا.... الخ

10- 20

20 - 30

30 - 40

- 2- الفئات المنفصلة وغير المتساوية :- وهي الفئات التي يكون فيها الحد الأعلى للفئة الأولى منفصلا عن الحد الأدنى للفئة الثانية وطول الفئة الأولى لا يساوي طول الفئة الثانية والثالثة الخ

15 - 10

35 - 15

55 - 35

- وستتناول في دراستنا على الفئات المتساوية والمتصلة فقط .
يسمى جدول التوزيع التكراري بسيط إذا كان يمثل ظاهرة واحدة ويسمى التوزيع التكراري منتظم إذا كانت أطوال الفئات متساوية ويسمى مغلق إذا كان الحد الأدنى للفئة الأولى معلوم والحد الأعلى للفئة الأخيرة معلوم أيضا .

مثال رقم 1:

البيانات التالية تمثل درجات (30) طالبا من طلبة قسم تقنيات إدارة المواد في مادة الإحصاء.
المطلوب عمل جدول توزيع تكراري (بسيط، منظم ومغلق) إذا علمت إن عدد الفئات (6) .
(76-39-47-72-75-70-45-73-95-68-58-88-92-66-86-67-79-77-85-98-89-65-84-90-64-74-40-94-47) .

خطوات الحل

1- نرتب البيانات تصاعديا

((39-40-45-58-58-64-65-66-67-70-72-73-74-74-75-76-77))
(79 - 84 -85-86 -88 -89-90-90-94-95-98)

2- نستخرج المدى

$$\text{المدى (R)} = (\text{أكبر قيمة} - \text{أصغر قيمة}) + 1$$

$$= (98 - 39) + 1 =$$

$$= 99 - 39 =$$

$$= 60$$

3- نستخرج طول الفئة (W)

$$10 = \frac{60}{6} = \frac{\text{المدى R}}{\text{عدد الفئات K}} = (W)$$

4- نحدد الحد الأدنى للفئة الأولى = 39 ونضيف له طول الفئة (10) لنحصل على الحد الأعلى للفئة (الحد الأدنى للفئة الأولى + طول الفئة) = 49
5- نرسم الجدول

الفئات	التوزيع	التكرار
39-49	1111	4
49-59	11	2
59-69	11111	5
69-79	111 11111	8
79-89	11111	5
89-99	111111	6
المجموع		30

مثال رقم 2/ البيانات التالية تمثل مدة بقاء مجموعة من المواد في احد المخازن باليوم :
 ((40-20-33-26-39-22-21-20-45-49)) المطلوب : نظم جدول توزيع تكراري (بسيط، منتظم ومغلق) إذا علمت إن عدد الفئات (5) ؟

الحل :

$$((49-45-40-39-33-26-22-21-20-20))$$

$$R = XL - XS + 1 \quad \text{المدى (R) = (اكبر قيمة - اصغر قيمة) + 1}$$

$$R = (49-20)+1=30$$

$$6 = \frac{30}{5} = \frac{\text{المدى R}}{\text{عدد الفئات K}} = (W)$$

المجموع	50 -44	44 -38	38 -32	32-26	26 -20	الفئة
10	2	2	1	1	4	التكرار

تمرين رقم 2:- البيانات التالية تمثل الأجر الإضافية المدفوعة خلال شهر واحد من قبل إحدى الشركات لـ (25) من منتسبيها :

$$46-65-83-89-60-75-70-65-55-67-56-74-56-45-72-62-69-48-49-65)$$

$$(64-58-46-75- 81$$

المطلوب : عمل جدول توزيع تكراري عدد فئاته (5) وبين نوعه ؟

جواب: تمرين رقم 2

نرتب البيانات تصاعديا :

$$-74-72-70-69-67-65-65-65-64-62-60-58-56-56-55-49-48-46-46- 45$$

$$.89-83-81-75-75$$

$$R=XL-XS+1$$

$$\text{المدى} = \text{اكبر قيمه} - \text{اقل قيمة} + 1$$

$$1 + 45 - 89 =$$

$$45 =$$

$$9 = \frac{45}{5} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \text{طول الفئة}$$

$$45$$

$$9 = \frac{45}{5} =$$

$$5$$

نحدد الحد الأدنى للفئة الأولى = 45 ونضيف له طول الفئة (9) لنحصل على الحد الأعلى للفئة = 54 ونرسم الجدول :

التكرار	التوزيع	الفئات
5	1111	45-54
6	1 11111	54-63
7	11 11111	63-72
4	1111	72-81
3	111	81-90
25		المجموع

يسمى الجدول أعلاه جدولاً بسيطاً لأنه يمثل ظاهرة واحدة ويسمى التوزيع منتظماً لكون أطوال الفئات متساوية ويسمى مغلقاً لأن الحد الأدنى للفئة الأولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة معلومين .

تمرين رقم 3 :- البيانات التالية تمثل أوزان (54) طالب من طلبة قسم تقنيات إدارة مواد :
المطلوب عمل جدول توزيع تكراري منتظم مغلق على إن يتم تحديد عدد الفئات من قبلك لما يناسب البحث لأغراض المقارنة ؟

((69-75-67-64-56-51-78-74-72-68-65-63-56-50-74-65-50-57-73- 82))
71-69-65-52-70-66-58-62-74-66-76-72-75-80-69-65-59-54-70- 64
((60-76-63-60-53-77-64-57-51-68-67-73-91- 77

جواب: تمرين رقم 3

1- نرتب البيانات تصاعدياً :

50-50-51-51-52-53-54-56-56-57-57-58-59-60-60-62-63-63-64-64-64-64-65-65-65-65-66-66-67-67-68-68-69-69-69-70-70-71-72-72-73-73-74-74-74-75-75-76-76-77-77-78-80-80-82-91

2- المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة + 1

$$36 = 1 + 50 - 85 =$$

3- نستخرج عدد الفئات من خلال الآتي

$$K = 1 + 3.3 \text{Log}n$$

$$K = 1 + 3.3 \text{Log}54 = 6.7 = 7$$

4- طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$

$$6 = \frac{42}{7} =$$

5- نحدد الحد الأدنى للفئة الأولى = (50) ونضيف له طول الفئة (6) لنحصل على الحد الأعلى للفئة = (56) ونرسم الجدول

الفئات	التوزيع	التكرار
50-56	11 11111	7
56-62	111 11111	8
62-68	1111 11111 11111	14
68-74	11 11111 11111	12
74-80	11111 11111	10
80-86	11	2
86 - 91	1	1
المجموع		54

تدريب 1 :- فيما يلي البيانات عن عدد افراد الاسرة في عينة حجمها 25 أسرة المطلوب :- كون جدول توزيع تكراري عدد فئاته 6 وبين نوعه؟

2	4	5	7	7	6	4	2	3	3
5	4	4	3	5	6	3	4	4	5
					7	4	5	3	6

تدريب 2 :- البيانات التالية تمثل درجات 50 طالبا من طلبة جامعة البصرة الاهلية في مادة الرياضيات المطلوب :- كون جدول توزيع تكراري عدد فئاته 6 وبين نوعه ؟

84	96	92	80	64	65	59	52	50	44
77	98	84	83	57	56	49	76	75	95
87	86	74	69	40	70	68	65	66	76
54	47	45	58	58	86	85	80	90	90
72	73	88	66	67	76	58	89	64	70

ب - جدول التوزيع التكراري المزدوج Dual frequency Distribution table

إذا كانت لدينا مجموعتان من الإعداد تقيس ظاهرتين بينهما علاقة ؛ مثلا دراسة المبيعات والإعلان ، رأس المال والمبيعات ، الأجور والعمر ، أطوال الأشخاص وأوزانهم ، سعر سلعة معينة والمعروض عنها الخ يمكننا وضع الظاهرتين في جدول تكراري واحد ويكون ذا اتجاهين أفقي وعمودي إذ يمثل كل اتجاه إحدى الظاهرتين وبالنسبة إلى تقسيم الفئات وتحديدتها وتوزيع التكرارات نستخدم الطريقة السابقة نفسها في حالة الجداول البسيطة .

مثال :- البيانات التالية تمثل الدخل والاستهلاك لـ (27) شخص بالدينار ، نظم جدول توزيع تكراري مزدوج إذا علمت إن عدد الفئات (5) لكل من الدخل والاستهلاك .

48	20	20	40	30	12	20	14	10	الدخل
20	14	18	25	25	10	20	12	9	الاستهلاك
44	33	28	18	14	32	48	30	21	الدخل
32	32	25	18	14	18	30	34	18	الاستهلاك
45	15	25	35	45	30	25	16	49	الدخل
38	12	24	30	32	15	21	15	34	الاستهلاك

خطوات الحل :-

1- نرتب البيانات تصاعديا لبيانات الدخل فقط .

الدخل	لاستهلاك	الدخل	الاستهلاك	الدخل	الاستهلاك
10	9	20	14	33	32
12	10	21	18	35	30
14	12	25	21	40	25
14	14	25	24	45	32
15	12	28	25	45	32
16	15	30	25	45	38
18	17	30	34	48	20
20	20	30	15	48	30
20	18	32	18	49	34

2- بالنسبة لظاهرة الدخل نستخرج :-

$$R = XL - XS + 1$$

$$= (49 - 10) + 1 = 40$$

$$W = \frac{R}{k} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\text{المدى} = (\text{أكبر قيمة} - \text{أصغر قيمة}) + 1$$

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

إذن فئات الدخل هي :-

10-18

18-26

26-34

34-42

42-50

3- بالنسبة لظاهرة الاستهلاك نستخرج :-

$$R = XL - XS \\ = (38 - 9) + 1 = 30$$

المدى = اكبر قيمة - اصغر قيمة + 1

$$W = \frac{R}{K} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \text{طول الفئة}$$

إذن فئات الاستهلاك هي :-

9-15

15-21

21-27

27-33

33-39

4-نرسم الجدول :

المجموع	39- 33	33 -27	27-21	21 -15	15 - 9	الدخل/ الاستهلاك
6	---	---	---	1	5	10-18
7	---	----	2	4	1	18 -26
6	1	1	2	2	---	26 -34
2	----	1	1	---	---	34 -42
6	2	3		1	----	42 -50
27	3	5	5	8	6	المجموع

تمرين رقم 4:- البيانات التالية تمثل الوزن والطول لـ (24) شخص من طلبة المعهد التقني في البصرة، المطلوب عرض هذه البيانات في جدول توزيع تكراري مزدوج، إذا علمت إن عدد الفئات (6) للطول و (5) للوزن:

الطول	169	168	167	166	165	165	164	164	163	162	160	158
الوزن	70	70	67	78	71	65	61	63	70	80	60	76
الطول	181	180	179	178	175	175	174	173	172	170	170	169
الوزن	83	70	84	76	77	80	77	62	62	70	69	69

حل تمرين رقم (4)

1- نستخرج المدى بالنسبة للطول :

$$R = XL - XS + 1$$

$$\text{المدى} = (\text{اكبر قيمة} - \text{اقل قيمة}) + 1$$

$$= (181 - 158) + 1 = 24$$

$$W = \frac{R}{K} = \frac{24}{6} = 4$$

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

إذن فئات الطول هي :

158-162

162-166

166-170

170-174

174-178

178-182

2- نستخرج المدى بالنسبة للوزن :-

$$R = XL - XS$$

$$= (84 - 60) + 1 = 25$$

$$\text{المدى} = (\text{اكبر قيمة} - \text{اصغر قيمة}) + 1$$

$$W = \frac{R}{K} = \frac{25}{5} = 5$$

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

إذن فئات الوزن هي :-

60-65

65-70

70-75

75-80

80-85

المجموع	80-85	75-80	70-75	65-70	60-65	الطول الوزن
2	-----	1	-----	-----	1	158-162
6	1	-----	2	1	2	162-166
5	-----	1	2	2	-----	166-170
4	-----	-----	1	1	2	170-174
3	1	2	-----	-----	-----	174-178
4	2	1	1	-----	-----	178-182
24	4	5	6	4	5	المجموع

ثالثاً :- جداول التكرار المتجمع : Cumulative Frequency Table

يسمى الجدول التكراري الذي تتجمع فيه التكرارات على التوالي في احد طرفيه الى الطرف الآخر بالجدول التكراري المتجمع ويكون على نوعين:-

1 - الجدول التكراري المتجمع الصاعد :- ويكون بكتابة الحدود العليا للفئات مبتدئين من الفئة الأولى حيث إن التكرار المتجمع الذي يقابل الفئة الأخيرة فيه يمثل مجموع التكرارات.

2 - الجدول التكراري المتجمع النازل :- ويكون بكتابة الحدود الدنيا للفئات مبتدئين من الفئة الأولى حيث إن التكرار المتجمع الذي يقابل الفئة الأولى فيه يمثل مجموع التكرارات

3- التوزيع التكراري النسبي المنوي :- وهو توزيع اعتيادي تكون التكرارات فيه على شكل تكرارات نسبة مئوية ويرمز له بالرمز (F^*) ويمكن الحصول على التكرار النسبي المنوي وفق الصيغة التالية :-

$$\text{التكرار النسبي المنوي } (F^*) = \frac{\text{التكرار (الجزء)}}{\text{مجموع التكرارات (الكل)}} * 100$$

مثال :

من الجدول التكراري التالي نظم جدول تكراري متجمع صاعد و آخر جدول تكراري متجمع نازل :-

الفئات	التكرار
10 - 20	12
20 - 30	8
30 - 40	4
40 - 50	16
50 - 60	10
المجموع	50

1- جدول تكراري متجمع صاعد

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
اقل من 20	12
اقل من 30	20
اقل من 40	24
اقل من 50	40
اقل من 60	50

2 - جدول تكراري متجمع نازل

الحدود الدنيا للفئات	التكرار المتجمع النازل
10 فأكثر	50
20 فأكثر	38
30 فأكثر	30
40 فأكثر	26
50 فأكثر	10

3- التكرار النسبي المئوي

الفئات	التكرار	$F^* = (f \div \sum f) * 100$
10 - 20	12	$(12 \div 50) * 100 = 24\%$
20 - 30	8	$(8 \div 50) * 100 = 16\%$
30 - 40	4	$(4 \div 50) * 100 = 8\%$
40 - 50	16	$(16 \div 50) * 100 = 32\%$
50 - 60	10	$(10 \div 50) * 100 = 20\%$
المجموع	50	

تدريب 1 :- الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لدرجات بعض الطلبة في مادة حقوق الإنسان المطلوب:

- أ- نظم جدول تكراري متجمع صاعد؟
ب- نظم جدول تكراري متجمع نازل؟
ت- استخراج التكرار النسبي المنوي؟

الفئة	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
التكرار	12	20	18	20	10

تدريب 2 :- البيانات التالية تمثل الاجر الاسبوعي لـ (40) عاملا المطلوب:

- أ- نظم جدول تكراري متجمع صاعد؟
ب- نظم جدول تكراري متجمع نازل؟
ث- استخراج التكرار النسبي المنوي؟

الفئة	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90 - 100
التكرار	5	9	9	10	11	6

رابعا:- مرحلة عرض البيانات **Data Presentation** :- وهي عملية وضع البيانات التي تم جمعها في صورة تيسر على الباحث أو القارئ أو متخذ القرار (المسؤولين) فهمها بسهولة . وبشكل عام فإننا نتعامل مع نوعين من البيانات ؛ بيانات غير مبوبة أي غير مفرغة في جداول توزيع تكرارية ؛ و بيانات مبوبة أي مفرغة وموضوعة في جداول توزيع تكرارية . ولكل نوع من هذه البيانات وسائله للعرض .

a - عرض البيانات غير المبوبة :

أ- الرسوم التصويرية **Picture Diagrams** :- هي طريقة مشوقة للعرض وتعطي للظاهرة صورة سهلة الفهم و يستوعبها الذهن بدون عناء وترسخ فيه لمدة طويلة ؛ وتستند هذه الطريقة إلى تمثيل الأرقام بصورة تتناسب أبعادها مع أرقام الظاهرة وان تكون ذات دلالة على الظاهرة . وتعتمد هذه الطريقة في تصنيف السكان حسب الجنس أو حسب الفئات العمرية أو لعرض حجم الإنتاج الصناعي .

ب- الأشكال البيانية :

يعتبر هذا التمثيل ادق من التمثيل بالطريقة الأولى ومن الأشكال الهندسية المستخدمة هي :-

1- الخط البياني : Line Graph

هو عبارة عن شكل بياني يوضح التغيرات التي تحدث في احد الظواهر أو عدة ظواهر خلال فترة من الزمن .

مثال:

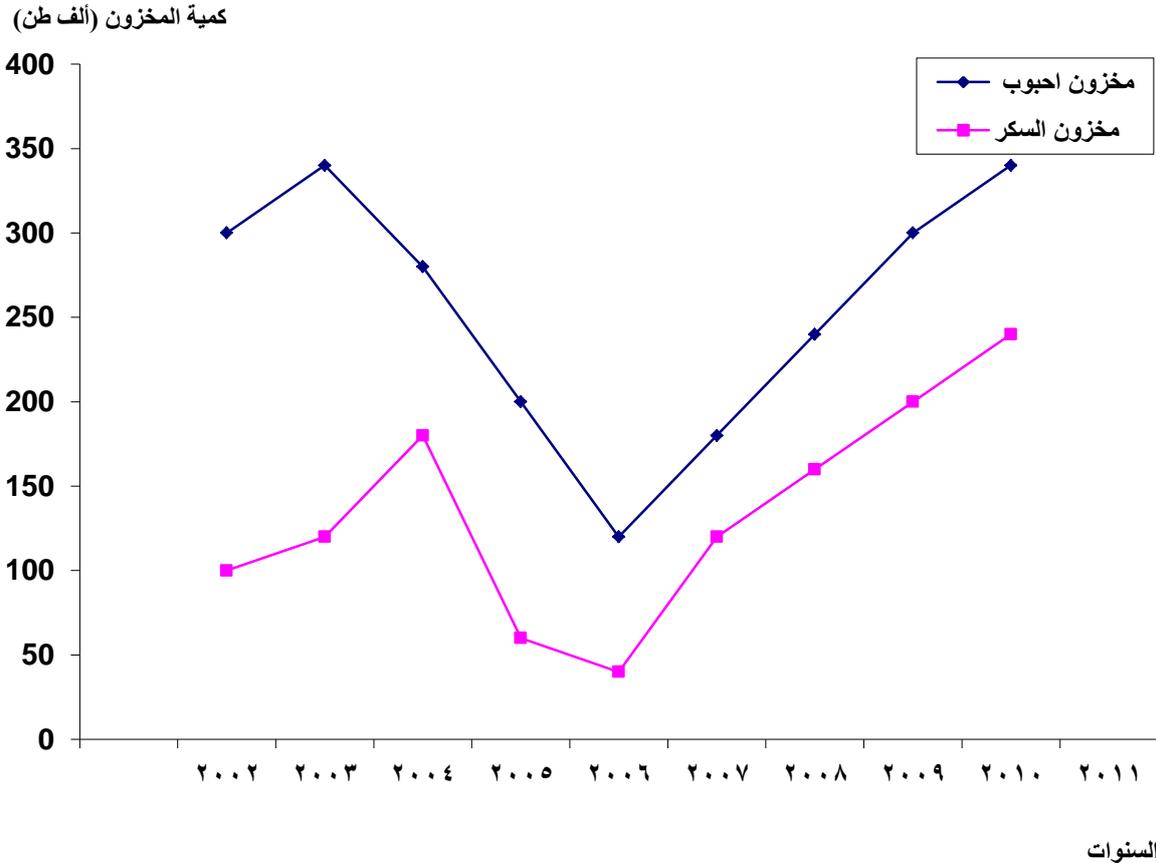
الجدول التالي يمثل مخزون الحبوب والسكر في الشركة العامة لتجارة المواد الغذائية للفترة من 2010-2002 :

السنة	2010	2009	2008	2007	2006	2005	2004	2003	2002
مخزون الحبوب (طن)	340	300	240	180	120	200	280	340	300
مخزون السكر (طن)	240	200	160	120	40	60	180	120	100

المطلوب : تمثيل هذه البيانات بخط بياني ؟

خطوات الحل :

- 1- تمثيل السنوات على المحور الأفقي و كمية المخزون على المحور العمودي .
- 2- يجب أن تكون التدرجات على المحور الأفقي مساوية إلى التدرجات على المحور العمودي من حيث المسافة .
- 3- نحاول اختيار تدرجات تضمن لنا تحقيق الرسم البياني بأفضل صورة ؛ على أن يغطي لنا التدرج اعلي قيمة موجودة في الجدول .



رسم بياني يوضح كمية المخزون من الحبوب والسكر في الشركة العامة لتجارة المواد الغذائية للفترة من 2010-2002

2- الدائرة البيانية :- Graphical circle

يستخدم الشكل الدائري لتمثيل بعض البيانات الإحصائية حيث تقسم الدائرة إلى قطاعات تتجمع في مركز الدائرة وتكون زوايا القطاعات متناسبة مع قيم أجزاء الظاهرة .

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{عدد بيانات القطاع}}{\text{مجموع البيانات الكلية}} * 360$$

مثال :- المعلومات التالية تمثل عدد الطلبة الخريجين من كلية الإدارة والاقتصاد في البصرة خلال السنوات الخمسة الماضية كما يلي :

السنة	2004	2005	2006	2007	2008	المجموع
عدد الطلبة الخريجين	90	100	150	180	200	720

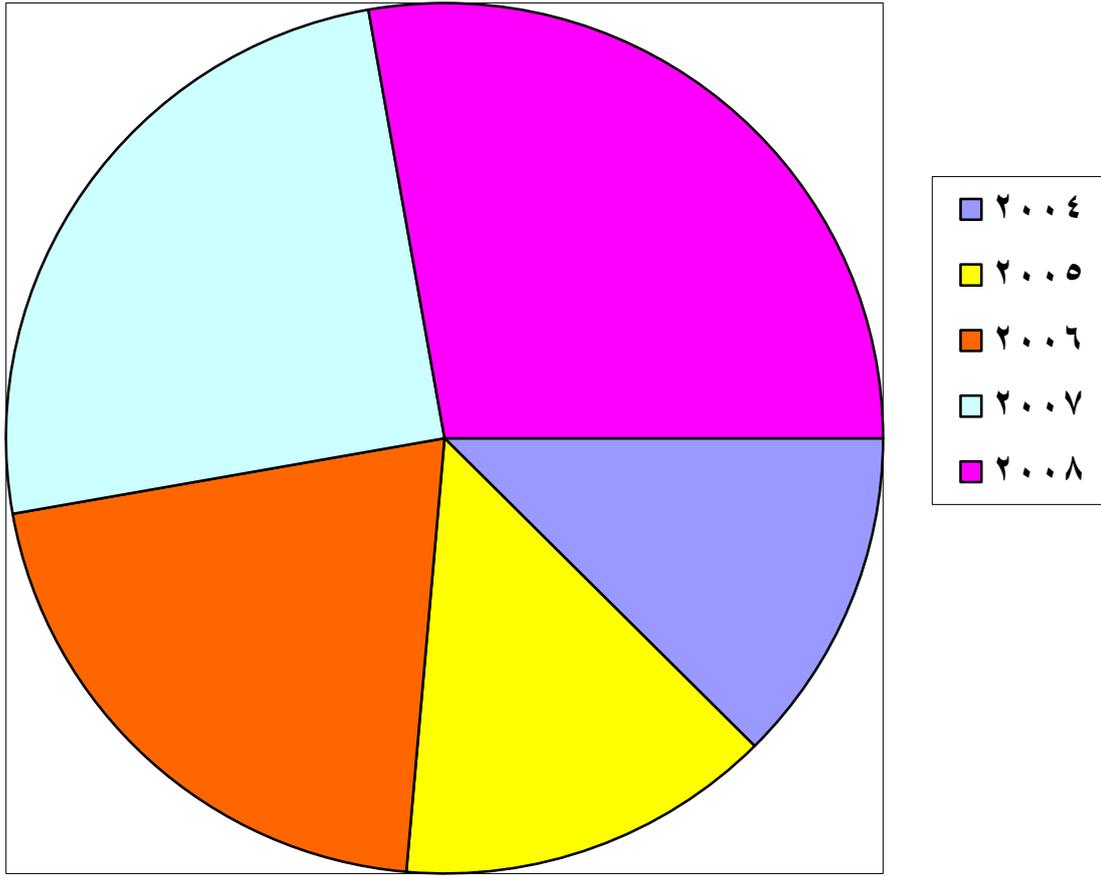
المطلوب : عرض البيانات أعلاه بدائرة بيانية ؟
الحل :-

أولاً :- نحدد زاوية خريجي كل قطاع (سنة) وفق الصيغة التالية :-

$$\begin{aligned} \text{زاوية خريجي 2004} &= \frac{90}{720} * 360 = 45 \text{ وحدة} \\ \text{زاوية خريجي 2005} &= \frac{100}{720} * 360 = 50 \text{ وحدة} \\ \text{زاوية خريجي 2006} &= \frac{150}{720} * 360 = 75 \text{ وحدة} \\ \text{زاوية خريجي 2007} &= \frac{180}{720} * 360 = 90 \text{ وحدة} \\ \text{زاوية خريجي 2008} &= \frac{200}{720} * 360 = 100 \text{ وحدة} \end{aligned}$$

ثانياً :- نرسم الدائرة وباستخدام المنقلة نحدد قيمة كل زاوية على الدائرة ويلون كل جزء بلون مميز عن الآخر .

ثالثاً : ينظم إلى جانب رسم الدائرة شريط موزع إلى الألوان المعتمدة ومؤشر إزاء كل لون السنة .

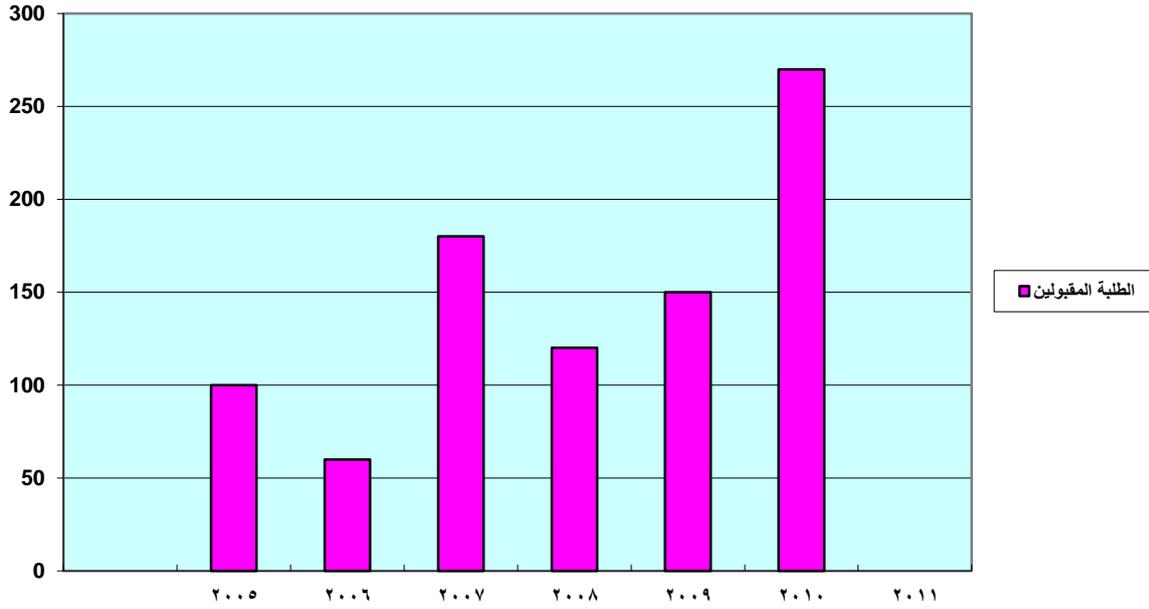


دائرة بيانية تمثل عدد الطلبة الخريجين من كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة البصرة للفترة 2010-1005

4- الأشرطة البيانية Bar graph :- هي مجموعة من المستطيلات الراسية أو الأفقية قواعدها متساوية وارتفاعاتها تتناسب مع إعداد البيانات . وتتلخص الطريقة برسم محورين متعامدين ورسم مستطيلات بحيث يكون كل مستطيل ممثل للقيمة المقابلة .

مثال :- الجدول التالي يوضح عدد الطلبة المقبولين في قسم تقنيات إدارة المواد للفترة 2005-2010 (2010 – 2005) المطلوب :- تمثيل البيانات بأشرطة بيانية ؟

السنوات	2005	2006	2007	2008	2009	2010
الطلبة المقبولين	100	60	180	120	150	270



السنوات

أشرطة بيانية توضح عدد الطلبة المقبولين في قسم تقنيات إدارة المواد للفترة مــــن (2010 – 2005)

4 :- المستطيل البياني :- حيث تمثل البيانات الكلية بمستطيل كبير والبيانات الجزئية تمثل بمستطيلات صغيرة تولف المستطيل الكبير ، وتكون متساوية في الارتفاع ومختلفة في طول القاعدة حسب حجم البيانات التي تمثلها، إذ إن طول قاعدة كل منها :

البيانات الجزئية

$$\text{حجم المستطيل للقطاع} = \text{قاعدة المستطيل الكبير} * \frac{\text{البيانات الجزئية}}{\text{البيانات الكلية}}$$

مثال :- بلغ عدد طلبة المعهد التقني في البصرة للعام الدراسي 2010/2009 على مستوى التخصص كما يلي :-

التخصص	الطبي	التكنولوجي	الإداري	المجموع
إعداد الطلبة	400	800	1200	2400

المطلوب :-تمثيل هذه البيانات بمستطيل بياني طول قاعدته 12 سم؟
الحل :-

$$\text{التخصص الطبي} = \frac{400}{2400} * 12 = 2 \text{ سم}$$

$$\text{التخصص التكنولوجي} = \frac{800}{2400} * 12 = 4 \text{ سم}$$

$$\text{التخصص الإداري} = \frac{1200}{2400} * 12 = 6 \text{ سم}$$

ثم نرسم مستطيل طول قاعدته 12 سم



مستطيل بياني يبين عدد الطلبة المقبولين في المعهد التقني في البصرة للعام الدراسي 2010/2009 على مستوى التخصص

تدريب :- الجدول التالي يمثل تخصصات مختلفة لعدد من الطلبة المسجلين فيها

المطلوب : عرض هذه البيانات في :-

- 1- أشرطة بيانية 2- دائرة بيانية 3- مستطيل بياني طوله 20 سم ؟

التخصصات	عدد الطلاب
علوم سياسية	30
علوم زراعية	45
علوم هندسية	80
علوم طبية	55
علوم اجتماعية	25
آداب	15
المجموع	250

Tabulated data

b :- عرض البيانات المبوبة
presentation

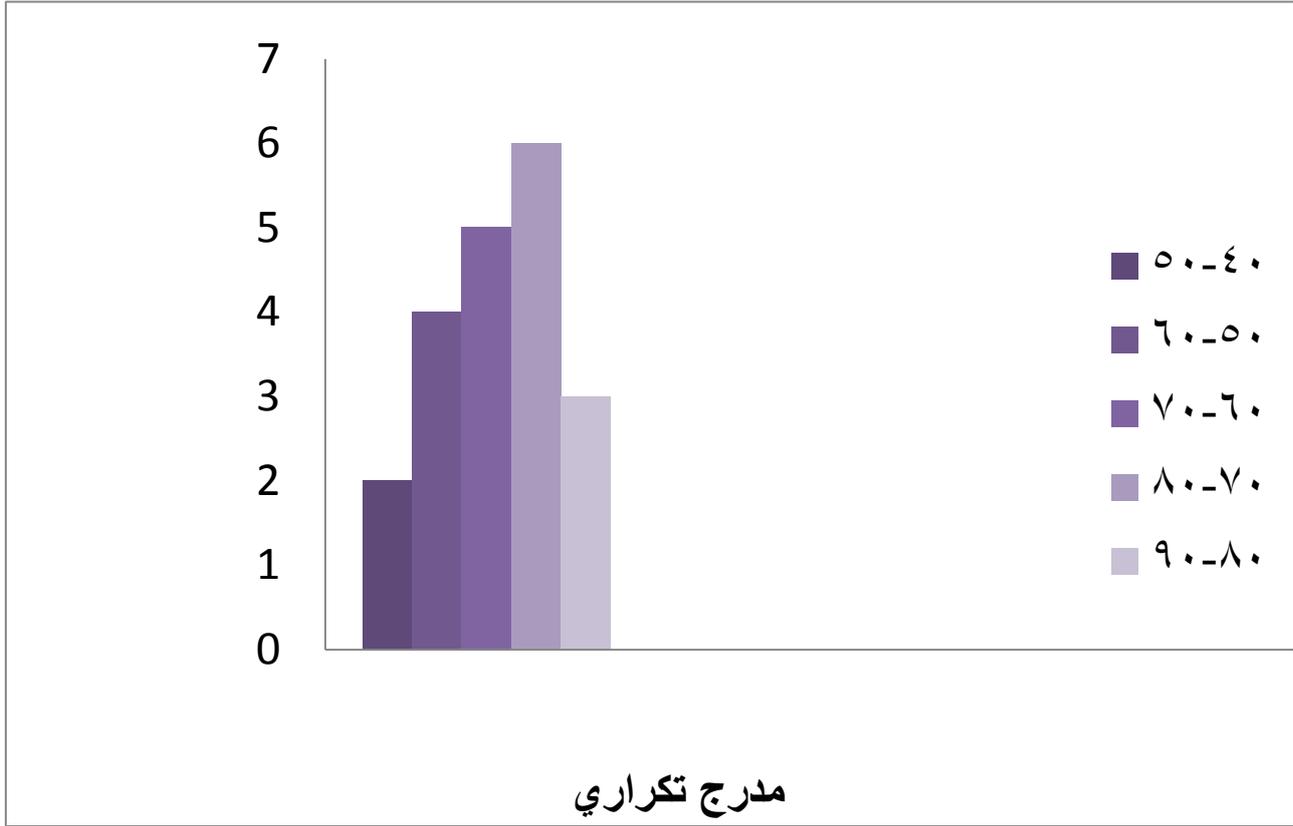
هناك عدة طرق لتمثيل التوزيعات التكرارية بالرسم هي :-

- 1- المدرج التكراري :- هو عبارة عن مجموعة من المستطيلات المتلاصقة قاعدة كل منها تمثل طول الفئة وارتفاعها يمثل التكرار المقابل.

مثال :- يمثل الجدول التكراري التالي الوزن لعشرون طالبا من طلبة احد المعاهد .
المطلوب : عمل مدرج تكراري ؟

المجموع	80-90	70-80	60-70	50-60	40-50	الفئات (الوزن كغم) التكرار (إعداد الطلبة)
20	3	6	5	4	2	

الحل :-



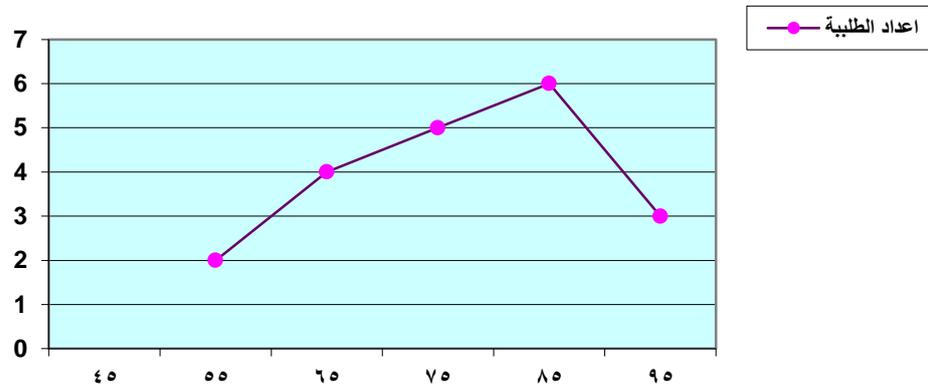
يمثل الوزن لعشرون طالبا من طلبة احد المعاهد

2- المضلع التكراري :- هو سلسلة من المستقيمات تصل النقاط المتمثلة لمراكز الفئات وتكراراتها. وبالرجوع إلى المثال السابق نظم مضلع تكراري ؟

الحل :-

1- نستخرج مراكز الفئات ونمثلها على المحور الأفقي وتبقى التكرارات متمثلة على المحور العمودي.

2- نحدد التكرار المقابل لكل مركز فئة ونصل بين هذه النقاط بمستقيمات .



مضلع تكراري يوضح الوزن لعشرون طالبا من طلبة احد المعاهد

3- المنحني التكراري :- يعمل بنفس طريقة رسم المضلع التكرار ويختلف عنه انه يتم برسم خط منحني يصل بين النقاط بدلا من خطوط مستقيمة وكما الموضح أدناه ؛ و باعتماد نفس المعطيات الواردة في المثال السابق نظم منحني تكراري ؟

تمرين رقم (5) :- البيانات التالية تمثل أعداد الطلبة المقبولين في قسم تقنيات إدارة المواد للعام الدراسي للعام 2010 – 2011 حسب تحصيلهم العلمي :

التحصيل العلمي	علمي	أدبي	تجاري
عدد الطلبة	75	100	125

المطلوب : عرض هذه البيانات في :-

2- أشرطة بيانية 2- دائرة بيانية 3- مستطيل بياني طوله 15 سم ؟

تمرين رقم (6)

البيانات التالية تمثل الدخل الشهري لمجموعة من الأفراد موزعة على خمس فئات:

الفئات	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	المجموع
التكرار	7	6	9	5	3	30

المطلوب : عمل مدرج تكراري ، مضلع تكراري ، منحني تكراري ؟

تدريب 1 :- الجدول التكراري التالي يمثل الاجور الاسبوعية الى 40 عاملا

فئات الاجر	عدد العمال التكرار
30 – 40	3
40 – 50	1
50 – 60	8
60 – 70	10
70 – 80	7
80 – 90	7
90 -100	4
المجموع	40

المطلوب : عمل مدرج تكراري ، مضلع تكراري ، منحني تكراري ؟

تمارين الفصل الاول

س1 :- اذا كان طلاب السنة الاولى في احدى الجامعات العراقية موزعين حسب الكليات كما مبين في الجدول الاتي :-

الكليات	الآداب	العلوم	الاقتصاد	الهندسة
الطلاب	1200	1000	800	300

المطلوب :- اختيار عينة حجمها 20% من المجتمع بطريقة المعاينة الطبقيّة العشوائية ؟

س2 :- اذا كانت طبقات احد المجتمعات تحوي العناصر كما في الجدول التالي :-

الطبقات	الاولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة
العناصر	500	400	280	200	220

المطلوب :- اختيار عينة حجمها 160 من هذا المجتمع ، فما حجم العينة من كل طبقة ؟

س3 :- البيانات التالية تمثل الاجر الاسبوعي لـ (40) عاملا
المطلوب:

- ت- نظم جدول تكراري متجمع صاعد؟
ث- نظم جدول تكراري متجمع نازل؟
ج- استخراج التكرار النسبي المنوي ؟

الفئة	57-50	64 -57	71- 64	78-71	85-78
التكرار	1	2	3	6	4

س4:- بلغت التكاليف الانتاجية لانتاج سلعة معينة (300) دولار كما موضحة بالجدول التالي:-

مستلزمات الانتاج	التكاليف بالدولار
اجور	120
مواد خام	60
مصارييف مباشرة	90
مصارييف غير مباشرة	30

المطلوب :- اعرض هذه البيانات 1- طريقة الدائرة البيانية 2- طريقة المستطيل البياني ، علما بان طول قاعدته 10 سم ؟

س5 :- كان توزيع اعضاء هيئة التدريس في احدى الجامعات الاهلية عام 2010 - 2011 على الكليات المختلفة كما يلي :-

العدد	الكليات
24	العلوم
18	الآداب
21	الصيدلة
30	الهندسة
27	الحقوق

المطلوب :- اعرض هذه البيانات 1- طريقة الدائرة البيانية 2- طريقة المستطيل البياني ، علما بان طول قاعدته 10 سم ؟

س6 :- كانت علامات 36 طالبا في الامتحان النهائي لمادة الرياضيات كما يلي :-
 ((78 - 45 - 35 - 57 - 53 - 94 - 65 - 71 - 97 - 41 - 37 - 55))
 81 - 83 - 43 - 78 - 83 - 79 - 43 - 38 - 68 - 69 - 61 - 86
 ((52 - 91 - 38 - 75 - 86 - 40 - 92 - 66 - 96 - 86 - 76 - 80

المطلوب :- 1 - استخراج عدد الفئات ؟ 2- نظم جدول توزيع تكراري منتظم ؟
 ملاحظة :- $K = 1 + 3.3 \text{Log}(n)$

س7 : سجلت درجات الحرارة لمدينة البصرة وضواحيها لشهر تموز كما يلي :-
 ((37 - 36 - 35 - 34 - 37 - 39 - 34 - 42 - 38 - 40 - 35 - 31))
 32 - 31 - 41 - 40 - 38 - 36 - 33 - 34 - 36 - 40 - 42 - 41
 . ((42 - 42 - 41 - 41 - 41 - 40

المطلوب :- نظم جدول توزيع تكراري منتظم ، عدد فئاته (6) ؟

الفصل الثاني مقاييس النزعة المركزية

المتوسط : - هو القيمة الممثلة لمجموعة من البيانات أو هو الرقم الذي يمثل جميع الأرقام الواردة في البيانات ، ولأن هذه القيمة تميل إلى الوقوع في المركز داخل مجموعة بيانات فإن المتوسطات تسمى أيضا بمقاييس النزعة المركزية ، أي خاصية البيانات في ميلها للمركز حول المتوسطات أو هي نزعة البيانات الكمية للتراكم عند نقطة متوسطة . وللمتوسطات أهمية كبرى فـ في موضوع الاستدلال الإحصائي من خلال تقديم قيم عددية لبعض مؤشرات المجتمع تحسنت الدراسة.

أنواع المتوسطات :

هنالك ستة أنواع من المتوسطات هي :

- | | |
|--------|------------------|
| Mean | 1- الوسط الحسابي |
| Median | 2-الوسيط |
| Mode | 3-المنوال |
| | 4-الوسط التربيعي |
| | 5-الوسط التوافقي |
| | 6-الوسط الهندسي |

إلا إننا سنتناول في دراستنا لهذا العام الثلاثة الأولى منها فقط .

أولاً- **الوسط الحسابي (Mean)** :- يعتبر الوسط الحسابي أكثر مقاييس النزعة المركزية شيوعاً واستخداماً ويرمز له بالرمز (\bar{X}) .

A – الوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة :- يستخرج الوسط الحسابي لمجموعة من القيم لظاهرة معينة من حاصل قسمة مجموع القيم على عددها باستخدام الصيغة التالية:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N}$$

البيانات الغير المبوبة :- وهي البيانات التي لا تحتوي على فئات و تكرارات بل تحتوي على قيم لظاهرة معينة .

حيث أن:

$$\sum X_i : \text{مجموع القيم لظاهرة معينة .}$$

$$n : \text{عدد القيم .}$$

مثال 1: البيانات التالية تمثل الدرجات التي حصل عليها أحد الطلاب في الصف السادس العلمي لهذا العام (70 ، 65 ، 85 ، 75 ، 90 ، 95 ، 80) .المطلوب إيجاد الوسط الحسابي؟

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{560}{7} = 80$$

B- الوسط الحسابي الموزون (المرجح) :- في بعض الأحيان نضرب بعض أرقام قيم الظاهرة بمعاملات ترجيح أو أوزان (W) وهذه تعتمد على الأهمية المرتبطة بهذه الأرقام ، فمثلاً عند حساب معدل درجات الطالب المتخرج من المعهد فإن الأمر يستوجب الأخذ بنظر الاعتبار عدد الوحدات الأسبوعية المخصصة لكل درس من الدروس التي تدخل في حساب المعدل ، ويتم إيجاد الوسط الحسابي في هذه الحالة بالصيغة التالية:-

$$X = \frac{\sum X_i W_i}{\sum W_i}$$

حيث إن :

$\sum X_i W_i$: يمثل مجموع (القيم مضروبة في الترجيحات أو الأوزان المقابلة لكل قيمة)
 $\sum W_i$: يمثل مجموع الترجيحات أو الأوزان المقابلة لها .

ويسمى الوسط الحسابي المستخرج بهذه الطريقة الوسط الحسابي الموزون أو المرجح .

مثال 2:- البيانات التالية تمثل درجات أحد الطلبة وعدد الوحدات الأسبوعية لكل لمادة :-

المادة	تقنيات	مواد	أخطار	إدارة	محاسبة	إحصاء	حاسبات	حقوق	مج
الدرجة للمادة	75	94	90	70	80	93	85	86	
عدد الوحدات	12	10	8	6	6	6	6	4	54
الدرجة المرجحة	900	940	720	420	480	558	510	344	4872

المطلوب : إيجاد الوسط الحسابي المرجح أو الموزون؟ .

الحل :

$$X = \frac{\sum X_i W_i}{\sum W_i} = \frac{4872}{54} = 84$$

مثال 3:- البيانات التالية تمثل درجات أحد الطلبة في قسم تقنيات إدارة المواد وعدد الوحدات الأسبوعية المكلف بها . المطلوب :- إيجاد المعدل الموزون لدرجات الطالب ؟

المادة	تقنيات	مواد	أخطار	إدارة	محاسبة	إحصاء	حاسبات	حقوق	مج
الدرجة للمادة	84	89	95	92	86	90	84	98	
عدد الوحدات	12	10	8	6	6	6	6	4	58
الدرجة المرجحة	1008	890	760	552	516	540	504	322	5162

الحل :

$$X = \frac{\sum X_i W_i}{\sum W_i} = \frac{5162}{58} = 89$$

~ 34 ~

مثال 4 :- البيانات التالية تمثل سرعة الطباعة لستة سكرتيرات (WPM) . المطلوب إيجاد المعدل حسابي لسرعة الطباعة ؟

$$WPM = (30 , 43 , 90 , 45 , 25 , 55)$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{288}{6} = 48$$

تمرين رقم (5) :- البيانات التالية تمثل أوزان عينة من (15) طالب . المطلوب إيجاد متوسط وزن الطالب في هذه العينة ؟

(60 - 65 - 64 - 69 - 59 - 63 - 61 - 52 - 65 - 62 - 58 - 59 - 68 - 60 - 50)
الحل :

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{915}{15} = 61$$

تمرين رقم (6) :- البيانات التالية تمثل درجات أحد الطلبة في احد الأقسام وعدد الوحدات الأسبوعية المكلف بها .
المطلوب :- إيجاد المعدل الموزون لدرجات الطالب ؟

المادة	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	مج
الدرجة للمادة	64	80	75	90	84	86	92	
عدد الوحدات	2	2	2	3	3	3	3	18
الدرجة المرجحة	128	160	150	270	252	258	276	1494

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i W_i}{\sum W_i} \quad \text{الحل :}$$

$$= \frac{1494}{18} = 83$$

C- الوسط الحسابي للبيانات المبوبة :- يحسب الوسط الحسابي من البيانات المبوبة بافتراض إن جميع القيم ضمن فئة معينة تكون واقعة في نقطة وسطية لتلك الفئة (مركز الفئة يمثل الفئة أحسن تمثيل) ، ويستخرج الوسط الحسابي للبيانات المبوبة بالصيغة التالية :

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i}$$

حيث إن :

y_i : مركز الفئة.

f_i : تكرار الفئة .

$\sum f_i y_i$: يمثل مجموع (مركز كل فئة مضروبة في التكرار المقابل له) .

$\sum f_i$: يمثل مجموع التكرارات .

البيانات المبوبة :- وهي البيانات التي تحتوي على فئات وتكرارات .

مثال 1: - من جدول التوزيع التكراري التالي جد الوسط الحسابي ؟

الفئات	التكرارات (f_i)	مركزا لفئة (y_i)	$f_i y_i$
10 -20	5	15	75
20 -30	19	25	475
30 -40	10	35	350
40 -50	13	45	585
50 -60	4	55	220
60 -70	4	65	260
70 -80	5	75	375
مجـ	60		2340

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{X} = \frac{2340}{60} = 39$$

تمرين رقم (2) :- الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لأجور الأعمال الإضافية الممنوحة لعينة من العاملين في احد الشركات.
المطلوب :- إيجاد الوسط الحسابي؟

الفئات	Fi
50 -60	8
60 -70	10
70 -80	20
80 -90	13
90 -100	12
100 -110	4
110 -120	3
مج	70

الحل :

الفئات	Fi	yi	Fiyi
50 -60	8	55	440
60 -70	10	65	650
70 -80	20	75	1500
80 -90	13	85	1105
90 -100	12	95	1140
100 -110	4	105	420
110 -120	3	115	345
مج	70		5600

$$\bar{X} = \frac{\sum fi yi}{\sum fi} = \frac{5600}{70} = 80$$

تمرين رقم (3) :
من جدول التوزيع التكراري التالي : جد الوسط الحسابي؟ ((الحل يترك للطالب))

الفئات	9 -11	11 -13	13 -15	15 -17	17 -19	مج
التكرار	6	11	12	9	7	45

ثانياً - الوسيط : Median

a - الوسيط للبيانات غير المبوبة :- الوسيط لمجموعة من القيم هو تلك القيمة التي تقسم مجموعة البيانات إلى قسمين متساويين بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً بالنسبة إلى مقاديرها .

1- في حالة كون عدد القيم فردياً فإن الوسيط يستخرج وفق الصيغة التالية :
 ا - نرتب القيم تصاعدياً .

ب- نحدد ترتيب الوسيط كما يلي : $T = \frac{n+1}{2}$ حيث إن (n) يساوي عدد القيم .
 ج - إذن الوسيط هو القيمة التي ترتيبها (T) .

مثال 1:- اوجد الوسيط للبيانات التالية (30 -- 74 -- 41 -- 52 -- 70) ؟
 الحل :

- نرتب القيم تصاعدياً : (30 -- 41 -- 52 -- 70 -- 74)
 - عدد القيم (n) فردي = 5
 - ترتيب الوسيط :

$$T = \frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

- إذن الوسيط هو القيمة التي ترتيبها (3) = 52

2- في حالة كون عدد القيم زوجياً فإن الوسيط يساوي الوسط الحسابي للقيمتين الوسطيتين والتي ترتيبهما يستخرج وفق الصيغة التالية :

$$\frac{n}{2} = \text{ترتيب القيمة الوسيطة الأولى}$$

$$\frac{n}{2} + 1 = \text{ترتيب القيمة الوسيطة الثانية}$$

القيمة الوسيطة الأولى + القيمة الوسيطة الثانية

$$\frac{\text{القيمة الوسيطة الأولى} + \text{القيمة الوسيطة الثانية}}{2} = \text{الوسيط}$$

مثال 2:- اوجد الوسيط للبيانات التالية (30 -- 74 -- 80 -- 41 -- 52 -- 70) ؟
الحل :

– نرتب القيم تصاعديا : (30 -- 41 -- 52 -- 70 -- 74 -- 80)
– عدد القيم (n) زوجي = 6

$$\text{ترتيب القيمة الوسيطة الأولى} = \frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

القيمة الوسيطة الأولى = 52

$$\text{ترتيب القيمة الوسيطة الثانية} = \frac{n}{2} + 1 = \frac{6}{2} + 1 = 3 + 1 = 4$$

القيمة الوسيطة الثانية = 70

القيمة الوسيطة الأولى + القيمة الوسيطة الثانية

$$\frac{\quad}{3} = \text{الوسيط}$$

$$61 = \frac{122}{2} = \frac{52 + 70}{2} =$$

تمرين رقم (3) :- بلغ الدخل الشهري لمجموعة من الموظفين كما مبين أدناه ، المطلوب ايجاد متوسط الراتب الشهري باستخدام مبداء الوسيط ؟

(400 / 320 / 380 / 550 / 600 / 650 / 500) دينار

الحل :

– نرتب القيم تصاعديا : (320 / 380 / 400 / 500 / 550 / 600 / 650)
– عدد القيم (n) فردي = 7

$$\text{ترتيب الوسيط} : T = \frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

إذن الوسيط هو القيمة التي ترتيبها (4) = 500 دينار .

تمرين رقم (4) :
حصل مجموعة من الطلبة العبور على الدرجات المبينة أدناه في مادة الإخطار ، المطلوب إيجاد متوسط الدرجة باستخدام مبدءا الوسيط ؟

(72 / 65 / 82 / 77 / 95 / 74 / 90 / 75)

الحل :
- نرتب القيم تصاعديا : (95 / 90 / 82 / 77 / 75 / 74 / 72 / 65)

- عدد القيم (n) زوجي = 8

$$4 = \frac{8}{2} = \frac{n}{2} = \text{ترتيب القيمة الوسيطة الأولى}$$

القيمة الوسيطة الأولى = 75

$$5 = 4 + 1 = \frac{8}{2} + 1 = \frac{n}{2} + 1 = \text{ترتيب القيمة الوسيطة الثانية}$$

القيمة الوسيطة الثانية = 77

القيمة الوسيطة الأولى + القيمة الوسيطة الثانية

$$\frac{\quad}{2} = \text{الوسيط}$$

$$76 = \frac{152}{2} = \frac{77 + 75}{2} =$$

b – الوسيط للبيانات المبوبة :- عند حساب الوسيط من بيانات مبوبة نفترض إن هذه القيم تتوزع بالتساوي على طول الفئة ، ولإيجاد الوسيط نحتاج إلى تحويل الجداول التكرارية إلى جداول تكرارية متجمعة صاعدة أو نازلة و حسب الصيغة التالية :

$$Me = Lm + \frac{d}{fm} * W$$

حيث إن :

Me : الوسيط .

T : ترتيب الوسيط

$$T = \frac{\sum fi}{2}$$

الفئة الوسيطة : هي الفئة التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد الذي يلي ترتيب الوسيط مباشرة.

Lm : الحد الأدنى للفئة الوسيطة .

fm : تكرار الفئة الوسيطة .

W : طول الفئة الوسيطة .

d : الفرق بين ترتيب الوسيط و التكرار المتجمع الصاعد السابق له (أي للفئة قبل الوسيطة).

$$d = \frac{\sum fi}{2} - F$$

$\sum fi$: مجموع التكرارات .

F : التكرار المتجمع الصاعد الذي يسبق ترتيب الوسيط .

مثال 5:- الآتي توزيع تكراري للدخل الشهري لعينة من الأسر قوامها (80) أسرة . المطلوب :- جد الوسيط للدخل الشهري للأسرة في هذه العينة :

التكرار	الفئات
3	100 - 120
7	120 - 140
14	140 - 160
20	160 - 180
18	180 - 200
12	200 - 220
6	220 - 240
80	مجـ

$$Me = Lm + \frac{d}{fm} * W$$

1- ننظم جدول تكراري متجمع صاعد .

الفئة الوسيطة	الفئات	التكرار	الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد	◀F ◀T
	100 - 120	3	أقل من 120	3	
	120 - 140	7	أقل من 140	10	
	140 - 160	14	أقل من 160	24	
	160 - 180	20	أقل من 180	44	
	180 - 200	18	أقل من 200	62	
	200 - 220	12	أقل من 220	74	
	220 - 240	6	أقل من 240	6	
	مجـ	80			

2- نحدد ترتيب الوسيط :

$$T = \frac{\sum fi}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

3- نحدد التكرار المتجمع الصاعد الذي يسبق ترتيب الوسيط (F) وهنا يظهر لنا (24) .

4- نستخرج المعامل (d)

$$d = T - F$$

$$= 40 - 24$$

$$= 16$$

5- نحدد الفئة الوسيطة و هي الفئة التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد (44) وهنا تظهر لنا (160-180).

6- نحدد التكرار الذي يقابل الفئة الوسيطة (fm) وهنا يظهر لنا (20).

7- نحدد الحد الأدنى للفئة الوسيطة (Lm) وهنا يظهر لنا (160).

8- نحدد طول الفئة الوسيطة (W) وهو الفرق بين الحد الأعلى و الحد الأدنى للفئة

$$W = 180 - 160 = 20$$

9- نطبق المعدلة ونستخرج قيمة الوسيط :

$$Me = 160 + \frac{16}{20} * 20$$

$$= 176$$

تمرين رقم (6) :- الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لدرجات (40) طالب في مادة المحاسبة المطلوب :
جد الوسط الحسابي ؟
جد الوسيط ؟

الفئات	التكرار
0 - 6	6
6 - 12	8
12 - 18	12
18 - 24	9
24 - 30	5
مج	40

الحل :
1- الوسط الحسابي :

الفئات	Fi	Yi	FiYi
0 - 6	6	3	18
6 - 12	8	9	72
12 - 18	12	15	180
18 - 24	9	21	189
24 - 30	5	27	135
مج	40		594

$$\bar{X} = \frac{\sum fi yi}{\sum fi} = \frac{594}{40} = 14.85$$

2- الوسيط :

الفئة الوسيطة ▶	الفئات	التكرار	الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد	◀F ◀T
	0 - 6	6	اقل من 6	6	
	6 - 12	8	اقل من 12	14	
	12 - 18	12	اقل من 18	26	
	18 - 24	9	اقل من 24	35	
	24 - 30	5	اقل من 30	40	
	مج	40			

$$Me = Lm + \frac{d}{fm} * W$$

$$T = \frac{\sum fi}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\begin{aligned} d &= T - F \\ &= 20 - 14 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Me &= 12 + \frac{6}{12} * 6 \\ &= 15 \end{aligned}$$

Mode

ثالثاً - المنوال :

المنوال للبيانات غير المبوبة :
المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها أو القيمة الأكثر شيوعاً وقد لا يكون للقيم منوال وقد يوجد للقيم أكثر من منوال ويسمى ثنائي المنوال . ويستعمل المنوال في الظواهر النوعية (غير الكمية) ولذلك يمكن القول أن المنوال هو المتوسط الوحيد الذي يمكن إيجاده لمجموعة من المفردات غير الرقمية .

مثال 7: اوجد المنوال لكل مجموعة من البيانات مما يأتي :

- (أ) 7 - 6 - 8 - 10 - 11 - 13 - 10 - 18 المنوال = 10
- (ب) 5 - 4 - 10 - 6 - 13 - 6 - 5 - 15 - 3 المنوال = 5 و 6
- (ج) 5 - 4 - 7 - 11 - 12 - 6 - 8 - 17 - 1 المنوال لا يوجد

المنوال للبيانات المبوبة :
هنالك عدة طرق لتحديد قيمة المنوال للبيانات المبوبة منها :-

طريقة الفئة المنوالية:
تعتبر هذه الطريقة من ابسط الطرق لحساب المنوال واقلها دقة . والمقصود بالفئة المنوالية هي الفئة التي تقابل اكبر تكرار ؛ حيث إن المنوال يساوي مركز الفئة المنوالية ؛ إن هذه الطريقة تفترض توزيعاً متماثلاً للتكرارات على جانبي مركز الفئة المنوالية .

مثال 8 : جدول التوزيع التكراري التالي يمثل درجات (280) طالب في احد الامتحانات العامة :

الفئات	12-0	24-12	36-24	48-36	60-48	72-60	84-72	96-84
التكرار	2	10	12	60	100	80	11	5

المطلوب : جد المنوال بطريقة الفئة المنوالية ؟

الفئة المنوالية هي (48 - 60) لأنها تقابل اكبر تكرار (100)

الحد الادنى للفئة المنوالية + الحد الاعلى للفئة المنوالية

$$\text{الفئة المنوالية} = \frac{\text{الحد الادنى للفئة المنوالية} + \text{الحد الاعلى للفئة المنوالية}}{2}$$

$$= \frac{48 + 60}{2} = \frac{108}{2} = 54$$

2- المنوال بطريقة الفروق (بيرسون) :

يتم إيجاد المنوال بهذه الطريقة بحسب الصيغة التالية :

$$Mo = Lm + \frac{(F - F1)}{(F - F1) + (F - F2)} * w$$

حيث أن :

- Mo : المنوال
 Lm : الحد الأدنى للفئة المنوالية و هي الفئة التي تقابل اكبر تكرار .
 F : تكرار الفئة المنوالية ويمثل اكبر تكرار .
 F1 : التكرار السابق لتكرار الفئة المنوالية.
 F2 : التكرار اللاحق لتكرار الفئة المنوالية.
 W : طول الفئة المنوالية.

بالاعتماد على معطيات مثال (8) جد المنوال بطريقة الفروق (بيرسون) ؟
 (100 - 60)

$$Mo = 48 + \frac{\quad}{(100 - 60) + (100 - 80)} * 12$$

$$= 48 + \frac{40}{40 + 20} * 12$$

$$= 48 + \frac{40}{60} * 12 = 56$$

مثال 9 :- من جدول التوزيع التكراري التالي جد المنوال بطريقة الفئة المنوالية و المنوال بطريقة الفروق (بيرسون) ؟

الفئات	التكرار
9 - 18	5
18 - 27	12
27 - 36	16
36 - 45	8
45 - 54	7
54 - 63	3

1- المنوال بطريقة الفئة المنوالية :

الفئة المنوالية هي (27-36) لأنها تقابل اكبر تكرار (16)

الحد الادنى للفئة المنوالية + الحد الاعلى للفئة المنوالية

$$\text{الفئة المنوالية} = \frac{\text{الحد الادنى للفئة المنوالية} + \text{الحد الاعلى للفئة المنوالية}}{2}$$

$$13.5 = \frac{63}{2} = \frac{27 + 36}{2} =$$

2- المنوال بطريقة الفروق (بيرسون) :

$$Mo = Lm + \frac{(F - F1)}{(F - F1) + (F - F2)} * w$$

$$= 27 + \frac{(16 - 12)}{(16 - 12) + (16 - 8)} * 9$$

$$= 27 + \frac{4}{4 + 8} * 9$$

$$= 27 + \frac{4}{12} * 9$$

$$= 30$$

تمرين رقم (10) :- الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لدرجات (40) طالب في مادة المحاسبة المطلوب :

جد المنوال بطريقة الفئة المنوالية ؟ 2- جد المنوال بطريقة الفروق (بيرسون) ؟

30 - 24	24 - 18	18 - 12	12 - 6	6 - 0	الفئات
5	9	12	8	6	التكرار

الحل

الفئات	التكرار	
0-6	6	
6-12	8	◀ F1
12-18	12	◀ F
18-24	9	◀ F2
24-30	5	
مجـ	40	

المنوال بطريقة الفئة المنوالية :
الفئة المنوالية هي (12-18) لأنها تقابل اكبر تكرار (12)

الحد الادنى للفئة المنوالية + الحد الاعلى للفئة المنوالية

$$\frac{\text{الحد الادنى للفئة المنوالية} + \text{الحد الاعلى للفئة المنوالية}}{2} = \text{الفئة المنوالية}$$

$$15 = \frac{30}{2} = \frac{12 + 18}{2} =$$

2- المنوال بطريقة الفروق (بيرسون) :

$$Mo = Lm + \frac{(F - F1)}{(F - F1) + (F - F2)} * w$$

$$Mo = 12 + \frac{(12 - 8)}{(12-8) + (12-9)} * 6$$

$$= 12 + \frac{4}{4 + 3} * 6$$

$$= 12 + \frac{4}{7} * 6 = 12 + 3.4$$

$$= 15.4$$

رابعا :- العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

لوجود العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال فان الوسط الحسابي مطروحة منه المنوال يساوي ثلاث امثال الفرق بين الوسط الحسابي والوسيط وذلك من خلال الصيغة التالية :-

$$\bar{X} - Mo = 3 (\bar{X} - Me)$$

الوسط الحسابي - المنوال = 3 (الوسط الحسابي - الوسيط)

مثال 1 :- اذا علمت ان قيمة المنوال للجدول التوزيع التكرار يساوي (21.5) اوجد قيمة الوسط

$$\bar{X} - Mo = 3 (\bar{X} - Me)$$

الفئات	التكرار
28 - 26	6
25 - 23	5
22 - 20	7
19 - 17	5
16 - 14	3
13 - 11	2

خطوات الحل

قيمة المنوال موجودة بالسؤال $Mo = 21.5$

نستخرج الوسط الحسابي من العلاقة $\bar{X} - Mo = 3 (\bar{X} - Me)$

نستخرج الوسيط من خلال الصيغة التالية

$$Me = Lm + \frac{d}{fm} * W$$

الفئات	F	F
11 - 13	2	2
14 - 16	3	5
17 - 19	5	10
20 - 22	7	17
23 - 25	5	22
26 - 28	6	28
	$\sum f = 28$	

$$Lm = 20 , d = T - F = 14 - 10 = 4$$

$$T = \frac{\sum fi}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

$$W = 22 - 20 = 2$$

$$Me = 20 + \left(\frac{4}{7} * 2 \right) = 21.2$$

$$\bar{X} - 21.5 = 3 (\bar{X} - 21.2)$$

$$\bar{X} - 21.5 = 3\bar{X} - 63.6$$

$$63.6 - 21.5 = 3\bar{X} - \bar{X}$$

$$2\bar{X} = 42.2$$

$$42.2$$

$$\bar{X} = \frac{42.2}{2} = 21.2$$

مثال 2 :- اوجد المنوال على اساس العلاقة
الوسط الحسابي - المنوال = 3 (الوسط الحسابي - الوسيط)
من الجدول التكراري التالي مع العلم ان قيمة الوسيط = 67.28

الفئات	74 - 72	71 - 69	68 - 66	65 - 63	62 - 60
التكرار	8	27	42	18	5

خطوات الحل :-

$$Me = 67.28$$

نستخرج الوسط الحساب من الصيغة التالية

الفئات	Fi	Yi	FiYi
60 - 62	5	61	305
63 - 65	18	64	1152
66 - 68	42	67	2814
69 - 71	27	70	1890
72 - 74	8	73	584
مجـ	100		6745

$$\bar{X} = \frac{\sum fi yi}{\sum fi} = \frac{6745}{100} = 67.45$$

$$\bar{X} - Mo = 3 (\bar{X} - Me)$$

$$67.45 - Mo = 3 (67.45 - 67.28)$$

$$Mo = 67.45 - 3 (67.45 - 67.28)$$

$$= 67.45 - 202.45 + 201.84$$

$$= 269.29 - 202.45$$

$$Mo = 66.94$$

تمارين الفصل الثاني

س1 :- احسب الوسط الحسابي للتوزيع التكراري التالي :-

مركز الفئة (yi)	التكرار (f)
5	7
10	10
15	4
20	12
25	9
30	3

س2 :- الجدول الاتي يمثل التوزيع التكراري لاعمار مجموعة من الطلبة

الفئات	التكرار
12 – 16	10
17 – 21	13
22 – 26	7
27 – 31	5

المطلوب :- احسب

الوسط الحسابي 2- الوسيط 3- المنوال بالطريقتين

س3 :- اليك عينة البيانات لمجموعة اوزان الطلبة في المرحلة الابتدائية

((8 - 7 - 10 - 11 - 19 - 12 - 23 - 25))

احسب :- الوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال

س4 :- الجدول الاتي يمثل ارباح عدد من الشركات بآلاف الدنانير شهريا .

اوجد الوسط الحسابي من العلاقة التالية $X - Mo = 3 (X - Me)$

الفئات	25 – 20	30 - 25	35 - 30	40 - 35	45 - 40	50 – 45	55 - 50
التكرار	5	18	42	27	8	6	10

س5:- يمثل الجدول أوزان 40 شخصاً لأقرب كيلو غرام :

فئات الأوزان	54-50	59-55	64-60	69-65	74-70	79-75	84-80
التكرار	2	5	6	3	10	9	5

المطلوب :- احسب

الوسط الحسابي

الوسيط

المنوال

الفصل الثالث

مقاييس التشتت او الاختلاف

Measures Of Dispersion or Variation : مقاييس التشتت أو الاختلاف

يقصد بالتشتت أو الاختلاف بأنه التباعد أو التقارب الموجود بين قيم المشاهدات (البيانات) أو المفردات التابعة لمتغير ما و مقاييس التشتت هي مقياس مدى تشتت قيم البيانات عن وسطها . وكلما كان مقياس التشتت كبير دل ذلك على عدم التجانس بين القيم ، وكلما كان مقياس التشتت صغير دل ذلك على التجانس بين القيم وقربها من المتوسط . حيث إن المتوسطات وحدها لا تكفي لهذا الغرض (التجانس بين القيم) ، فقد يتساوى الوسط الحسابي لمجموعتين من القيم مثلا بينما يختلف مدى انتشار قيم المجموعة الأولى عن مدى انتشار قيم المجموعة الثانية كما يتضح من المثال الآتي :

المجموعة الأولى	15	16	21	14	18	15	17	20	مج
									136
المجموعة الثانية	41	11	2	1	49	11	9	12	مج
									136

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{136}{8} = 17 \quad \text{المجموعة الأولى /}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{136}{8} = 17 \quad \text{المجموعة الثانية /}$$

أنواع مقاييس التشتت :- هنالك نوعين من مقاييس التشتت هما

1- مقاييس التشتت المطلق .

2- مقاييس التشتت النسبي .

1- مقاييس التشتت المطلق :- وهي المقاييس التي تكون وحداتها وقيم المشاهدات

الأصلية نفسها وأهمها :-

المدى

الانحراف الربيعي

الانحراف المتوسط

التباين الانحراف المعياري

2- مقاييس التشتت النسبي :- ان مقاييس التشتت النسبي لها اهميتها عند مقارنة مجموعتين

او اكثر تختلف في وحدات قياس لقيمتها لان مقاييس التشتت النسبي تكون خالية من وحدات

القياس ومن اهم مقاييس التشتت النسبي كما يلي :-

معامل الاختلاف (C.V.)

الدرجة المعيارية (Z)

1- مقاييس التشتت المطلق:-

أولاً: المدى **Range** :- تمثل مجموعة من القيم هو الفرق بين أكبر قيمة واصغر قيمة من قيم الظاهرة .

المدى للبيانات غير المبوبة : لحساب المدى للبيانات الغير المبوبة نتبع الصيغة التالية :-
المدى = أكبر قيمة (XL) - اصغر قيمة (Xs) .

$$(R) = (X_L) - (X_s)$$

ففي المثال السابق نجد إن قيمة (R) في المجموعة الأولى تختلف عن قيمة (R) في المجموعة الثانية وكما مبين أدناه :-

$$6 = 14 - 20 = \text{ (R) في المجموعة الأولى}$$

$$48 = 1 - 49 = \text{ (R) في المجموعة الثانية}$$

b - المدى للبيانات المبوبة :- يستخرج المدى للبيانات المبوبة من الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة و الحد الأدنى للفئة الأولى أو هو الفرق بين مركزا لفئة الأخيرة و مركزا لفئة الأولى .

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة - الحد الأدنى للفئة الأولى

$$R = L_x - L_m$$

المدى = مركزا لفئة الأخيرة - مركزا لفئة الأولى

$$R = y_1 - y_i$$

ويلاحظ بان المدى مقياسا سهلا وبسيطا للتشتت إلا انه لا يعطي نتائج دقيقة لأنه يتأثر بالقيمتين المتطرفتين في المجموعة فقط و يهمل باقي القيم .

مثال / 1:

من خلال جدول التوزيع التكراري التالي جد المدى ؟

الفئات	Fi	Yi
8-18	5	13
18-28	12	23
28-38	16	33
38-48	8	43
48-58	7	53
58-68	2	63

$$(1) \quad R = L_x - L_m$$

$$= 68 - 8$$

$$= 60$$

$$(2) \quad R = y_1 - y_i$$

$$= 63 - 13$$

$$= 50$$

مثال 2/- من خلال جدول التوزيع التكراري التالي جد المدى ؟

الفئات	fi	Yi
8 -	7	10
12 -	11	14
16 -	12	18
20 -	10	22
24-28	8	26

$$(1) \quad R = Lx - Lm \\ = 28 - 8 \\ = 20$$

$$(2) \quad R = y1 - yi \\ = 26 - 10 \\ = 16$$

تمرين رقم (3) :

الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لأجور الأعمال الإضافية الممنوحة لعينة من العاملين في احد الشركات. المطلوب جد المدى ؟

الفئات	fi	مركزا لفئة yi
50 -60	8	55
60 -70	10	65
70 -80	20	75
80 -90	13	85
90 -100	12	95
110 -100	4	105
110 -120	3	115
مج	70	

$$(1) \quad R = Lx - Lm \\ = 120 - 50 \\ = 70$$

$$(2) \quad R = y1 - yi \\ = 115 - 55 \\ = 60$$

تمرين رقم (4) :

الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لدرجات (40) طالب في مادة المحاسبة المطلوب جد المدى ؟

الفئات	التكرار	مركزا لفئة yi
0-6	6	3
6-12	8	9
12-18	12	15
18-24	9	21
24-30	5	27
مج	40	

$$(1) \quad R = Lx - Lm \\ = 30 - 0 \\ = 30$$

$$(2) \quad R = y1 - yi \\ = 27 - 3 \\ = 24$$

Variance and Standard Deviation : ثانياً – التباين و الانحراف المعياري

كما ذكرنا سابقا إن تعريف التشتت أو الاختلاف على انه التقارب أو التباعد بين قيم المشاهدات داخل المجموعة وبالتالي فإن مقياس التشتت تقيس مدى تشتت البيانات وسطها الحسابي (\bar{X}) ، وكلما كانت القيم قريبة من الوسط الحسابي كلما كانت قيمة التشتت أقل والعكس صحيح ، وهذه الحقيقة تدفع إلى قياس التشتت نسبة إلى تبعثر البيانات حول وسطها الحسابي وهذا المقياس يعبر عنه بالتباين variance .

ويعرف التباين بالنسبة للبيانات غير المبوبة، على انه مجموع مربعات انحرافات القيم (X_i) عن وسطها الحسابي مقسوما على المقام مناسب هو $(n-1)$.
ولكون التباين يمثل وحدات مربعة لذلك فانه مقياس غير ملائم للتشتت ولكي نحصل على مقياس للتشتت بالوحدات الأصلية علينا أن نأخذ الجذر التربيعي للتباين الذي ينتج عنه الانحراف القياسي أو الانحراف المعياري Standard Deviation .

(a): الانحراف المعياري للبيانات غير المبوبة:

الانحراف المعياري لمجموعة من القيم هو الجذر التربيعي لمجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوم على (عدد القيم مطروح منها واحد) ، وكما يلي :

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

حيث أن :

- S : الانحراف المعياري .
- \bar{X} : الوسط الحسابي للقيم .
- X_i : قيم الظاهرة .
- n : عدد القيم .

مثال/1:

جد قيمة الانحراف المعياري من البيانات التالية ؟
(8 / 12 / 14 / 12 / 10 / 9 / 10 / 5)

الحل :

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{80}{8} = 10$$

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
8	$8 - 10 = -2$	4
12	$12 - 10 = 2$	4
14	$14 - 10 = 4$	16
12	$12 - 10 = 2$	4
10	$10 - 10 = 0$	0
9	$9 - 10 = -1$	1
10	$10 - 10 = 0$	0
5	$5 - 10 = -5$	25
مج		54

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{54}{8 - 1}} = \sqrt{\frac{54}{7}} = \sqrt{7,7} = 2,7$$

(b): الانحراف المعياري للبيانات المبوبة:

يستخرج الانحراف المعياري للبيانات المبوبة استخدام الصيغة التالية :

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (y_i - \bar{X})^2}{\sum f_i}}$$

مثال /1:

من جدول التوزيع التكراري التالي جد قيمة الانحراف المعياري؟

الفئات	التكرار f_i
30-40	6
40-50	8
50-60	15
60-70	6
70-80	5
مج	40

الحل:

الفئات	f	yi	fyi	yi - X	(yi - X) ²	f(yi - X) ²
30-40	6	35	210	35-54= - 19	361	2166
40-50	8	45	360	45-54=- 9	81	648
50-60	15	55	825	55-54= 1	1	15
60-70	6	65	390	65-54= 11	121	726
70-80	5	75	375	75-54=21	441	2205
مج	40		2160			5760

1- نستخرج الوسط الحسابي :

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} = \frac{2160}{40} = 54$$

2- نستخرج الفرق بين مركز كل فئة عن الوسط الحسابي $(y_i - \bar{X})$.

3- نستخرج مربع الفرق بين مركز كل فئة عن الوسط الحسابي $(y_i - \bar{X})^2$.

4- نضرب مربع كل قيمة في التكرار المقابل له $\sum f_i (y_i - \bar{X})^2$ ونجمع العمود ليظهر لنا المجموع (5760).

5- نطبق المعادلة لاستخراج قيمة الانحراف المعياري :

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (y_i - \bar{X})^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{5760}{40}} = \sqrt{144} = 12$$

مثال /2:

جدول التوزيع التكراري التالي يمثل درجات مجموعة من الطلاب في مادة الحاسبات المطلوب إيجاد الانحراف المعياري ؟

الفئات	f _i
6-10	2
10-14	6
14-18	4
18-22	6
22-26	12
26-30	5
مج	35

تمرين رقم (3)

الجدول التكراري التالي يمثل درجات مجموعة من الطلاب في مادة الإدارة ...
المطلوب : جد قيمة الانحراف المعياري ؟

الفئات	التكرار fi
0-4	9
4-8	7
8-12	7
12-16	4
16-20	3
مج	30

الحل:

الفئات	التكرار	Yi	fyi	yi - X	(yi - X) ²	f(yi - X) ²
0-4	9	2	18	2-8= - 6	36	324
4-8	7	6	42	6-8=- 2	4	28
8-12	7	10	70	10-8= 2	4	28
12-16	4	14	56	14-8= 6	36	144
16-20	3	18	54	18-8=10	100	300
مج	30		240			824

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} = \frac{240}{30} = 8$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (y_i - \bar{X})^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{824}{30}} = \sqrt{27.46} = 5.24$$

تمرين رقم (4):

الجدول التالي يبين فئات الدخل الأسبوعي الإضافي لعينة من الموظفين مكونة من (80) شخص
المطلوب إيجاد قيمة الانحراف المعياري ؟

الفئات	التكرار
6-10	15
10-14	10
14-18	25
18-22	20
22-26	10
مج	80

2- مقياس التشتت النسبي :-

معامل الاختلاف - يعتبر الانحراف المعياري مقياسا جيدا للتشتت داخل مجموعة من القيم ، لكن عندما نريد مقارنة التشتت لمجموعتين من القيم فإن المقارنة اذا ما تمت بين انحرافيهما المعياريين فأنها تقود الى نتائج وهمية مغلوبة وذلك لاختلاف وحدات القياس لكل مجموعة .
ولغرض حساب معامل الاختلاف لمجموعة من القيم وفق الصيغة التالية :-

$$C . V = \frac{S}{\bar{X}} * 100$$

$$100 * \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} = \text{معامل الاختلاف}$$

مثال 1 :- افرض لدينا مجموعتان اخذنا منها المعلومات التالية :-

العينة الثانية	العينة الاولى	
7	25	العمر / سنة
80	145	متوسط الطول / سم \bar{x}
10	11.6	الانحراف المعياري S

$$C . V = \frac{S}{\bar{X}} * 100$$

$$C . V = \frac{11.6}{145} * 100 = \% 8 \quad \text{العينة الاولى}$$

$$C . V = \frac{10}{80} * 100 = \% 12.5 \quad \text{العينة الثانية}$$

هذا يعني ان التشتت في العينة الثانية اكثر تشتتا من العينة الاولى

مثال 2 :- اوجد معامل الاختلاف لدرجات طلبة قسم تقنيات ادارة المواد في مادة الاحصاء ومادة المحاسبة لامتحان الفصل الاول .

مادة المحاسبة	مادة الاحصاء	
14	17	الوسط الحسابي
4.9	3.6	الانحراف المعياري

$$C . V = \frac{S}{\bar{X}} * 100$$

$$C.V = \frac{3.6}{17} * 100 = \% 20 \quad \text{مادة الاحصاء}$$

$$C.V = \frac{4.9}{14} * 100 = \% 12.5 \quad \text{مادة المحاسبة}$$

هذا يعني ان التشتت مادة المحاسبة اكبر تشتتتا من مادة الاحصاء

مثال 3 مهم :- عند مراجعة درجات خمسة طلاب في مادتي (الاحصاء و الادارة) ووجد ان الوسط الحسابي لهاتين المادتين متساوية .

مادة الاحصاء :- 100 70 50 20 10

مادة الادارة :- 65 56 54 40 35

المطلوب :- احسب معامل الاختلاف (C.V) ؟ وايهما اكثر تشتتتا ؟

خطوات الحل :-

نستخرج الوسط الحسابي للمادتين

نستخرج الانحراف المعياري للمادتين

نستخرج معامل الاختلاف

المقارنة

(1) الوسط الحسابي

مادة الاحصاء

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{250}{5} = 50$$

مادة الادارة

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{250}{5} = 50$$

(2) الانحراف المعياري

مادة الاحصاء

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
10	$10 - 50 = -40$	1600
20	$20 - 50 = -30$	900
50	$50 - 50 = 0$	0
70	$70 - 50 = 20$	400
100	$100 - 50 = 50$	2500
مج		5400

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{5400}{5 - 1}} = \sqrt{\frac{5400}{4}} = \sqrt{1350} = 36.7$$

مادة الادارة

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
35	$35 - 50 = -15$	225
40	$40 - 50 = -10$	100
54	$54 - 50 = 4$	16
56	$56 - 50 = 6$	36
65	$65 - 50 = 15$	225
مج		602

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{602}{5 - 1}} = \sqrt{\frac{602}{4}} = \sqrt{150.5} = 12.2$$

معامل الاختلاف (3)

مادة الادارة	مادة الاحصاء	
50	50	الوسط الحسابي
12.2	36.7	الانحراف المعياري

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} * 100$$

$$C.V = \frac{36.7}{50} * 100 = \% 73.4 \quad \text{مادة الاحصاء}$$

$$C.V = \frac{12.2}{50} * 100 = \% 24.4 \quad \text{مادة الادارة}$$

هذا يعني ان مادة الاحصاء اكثر تشتتاً من مادة الادارة

الدرجة المعيارية :- في بعض الاحيان نحتاج الى مقارنة مفردتين من مجموعتين وفي هذه الحالة يجب تحويل وحدات كل مفردة الى وحدات قياسية لكي تكون المقارنة ذات معنى وذلك باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل مجموعة .
ومن فوائد الدرجة المعيارية انها تعطينا صورة عن مكان الدرجة من الوسط الحسابي وبالتالي نستطيع ان نتعرف على موقع الطالب بالنسبة لزملائه .
وتقاس الدرجة المعيارية بالصيغة التالية :-

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{S}$$

حيث ان :-

- \bar{X} يمثل القيم التي تعطى بالسؤال .
- \bar{X} يمثل الوسط الحسابي .
- S يمثل الانحراف المعياري

مثال 1 :- الجدول ادناه يمثل الدرجات التي حصل عليها احد الطلبة المتفوقين لمادتين اساسية في المرحلة الثانية .

مادة التسويق	مادة التخطيط	
90	80	درجة الطالب
80	65	الوسط الحسابي
5	5	الانحراف المعياري

المطلوب :- باستخدام مقياس الدرجة المعيارية ، في اي من المادتين مستوى الطالب اعلى ؟

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{S}$$

القيمة المعيارية لمادة التسويق

$$90 - 80$$

$$Z_i = \frac{90 - 80}{5} = 2$$

القيمة المعيارية لمادة التخطيط

$$80 - 65$$

$$Z_i = \frac{80 - 65}{5} = 3$$

هذا يعني ان درجته في مادة التخطيط افضل من درجته في مادة التسويق ، بان درجة مادة التسويق (90) اعلى من درجة التخطيط ، ولهذا يجب تحويل اي مشاهدات الى درجات معيارية عند المقارنة لاعطاء الصورة الصحيحة والواضحة عند المقارنة .

مثال 1 :- الجدول ادناه يمثل الدرجات التي حصل عليها احد الطلبة المتفوقين لثلاث مواد اساسية في المرحلة الاولى .

المادة	الدرجة	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري
التقنيات المخزنية	88	78	10
ادارة المواد	92	84	16
ادارة الخطر	80	75	12.5

المطلوب :- باستخدام مقياس الدرجة المعيارية ، في اي من المادتين مستوى الطالب اعلى ؟

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{S}$$

القيمة المعيارية لمادة التقنيات

$$Z_i = \frac{88 - 78}{10} = 1$$

القيمة المعيارية لمادة ادارة المواد

$$Z_i = \frac{92 - 84}{16} = 3$$

القيمة المعيارية لمادة ادارة الخطر

$$Z_i = \frac{80 - 75}{12.5} = 0.4$$

هذا يعني ان درجته في مادة ادارة المواد افضل من درجتين في مادتي التقنيات وادارة الخطر.

تمارين الفصل الثالث

س1 البيانات التالية تمثل الدرجات التي حصل عليها (60) طالب في مادة الاحصاء خلال الامتحان النهائي :-

24 - 20	20 - 16	16 - 12	12 - 8	8 - 4	4 - 0	الفئات
4	9	15	21	7	4	التكرار

المطلوب :- جد قيمة الانحراف المعياري ؟

س2 :- من جدول التوزيع التكراري التالي جد قيمة الانحراف المعياري

80 - 70	70 - 60	60 - 50	50 - 40	40 - 30	الفئات
5	6	15	8	6	التكرار

س3 :- البيانات أدناه تمثل درجات مجموعة من الطلاب في مادة ادارة العمليات والانتاج ...
المطلوب (1) إيجاد المدى؟

(2) الوسط الحسابي ؟

[67 ، 77، 80، 81، 84، 57، 20، 86، 87، 66، 36، 90، 50، 70، 56]

س4 :- البيانات أدناه تمثل درجات مجموعة من الطلاب في مادة المراسلات ...
المطلوب (1) إيجاد المدى؟

(2) الانحراف المعياري ؟

[67 ، 77، 80، 57، 86 ، 66]

س5:- اوجد الكمية المفقودة من الجدول ادناه :-

	الوسط الحسابي X	الانحراف المعياري S	معامل الاختلاف C.V
A	؟	10	%20
B	50	30	؟
C	25	؟	%5

س6:- اذا علمت ان الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات 50 طالب في امتحان مادتي الاحصاء والمحاسبة كما يلي :-

	مادة الاحصاء	المادة المحاسبة
الوسط الحسابي	75	62
الانحراف المعياري	8	6

فاذا كانت درجة احد الطلبة في الاحصاء (78) وفي المحاسبة (68) .

المطلوب :- 1- احسب الدرجة المعيارية لهاتين المادتين ؟

2- احسب معامل الاختلاف لهاتين المادتين ؟

3- ايهما اكثر تشتتا ؟

الفصل الرابع
الارتباط و الانحدار

اولا :- الارتباط الخطي البسيط : Simple correlation

تستخدم معاملات الارتباط لقياس درجة الارتباط بين ظاهرتين وتحديد نوع وقوة تلك العلاقة مثلا كالعلاقة بين الإنفاق والدخل أو العلاقة بين ظاهرتي حجم الإنتاج والقوى العاملة أو العلاقة بين ظاهرتي الوزن والطول وغيرها . ونظرية الارتباط تظهر شدة أو قوة العلاقة بين الظاهرتين أو المتغيرين من خلال قياس معامل الارتباط بين الظواهر المختلفة .

تعريف معامل الارتباط :- يعرف معامل الارتباط والذي يرمز له بالرمز (r) بأنه عبارة عن مقياس رقمي يقيس قوة الارتباط بين متغيرين تتراوح قيمته بين (1±) وكلما اقتربت قيمة معامل الارتباط من (1) فإن هذا يعني قوة علاقة الارتباط والعكس صحيح كلما اقتربت من (0) الصفر استنتجنا إن العلاقة ضعيفة ، وإذا وصلت إلى الصفر فإن العلاقة تكون معدومة . أما إذا كانت العلاقة تساوي (1) فإن هذا يعني إن الارتباط تاما . حيث تتراوح قيمة معامل الارتباط $-1 \leq r \leq +1$ وتدل إشارة معامل الارتباط على اتجاه العلاقة فإذا كانت موجبة دل ذلك على إن العلاقة بين المتغيرين طردية وإذا كانت سالبة دل ذلك على إن العلاقة بين المتغيرين عكسية . والجدول التالي يوضح انواع الارتباط واتجاه شكل الانتشار لكل نوع .

قيمة معامل الارتباط	المعنى
+1	ارتباط طردي تام
من 0.77 الى 0.99	ارتباط طردي قوي
من 0.50 الى 0.69	ارتباط طردي متوسط
من 0.01 الى 0.49	ارتباط طردي ضعيف
0	لا يوجد ارتباط
-1	ارتباط عكسي تام
من -0.77 الى -0.99	ارتباط عكسي قوي
من -0.50 الى -0.69	ارتباط عكسي متوسط
من -0.01 الى -0.49	ارتباط عكسي ضعيف

فإذا كانت لدينا ظاهرتان يراد إيجاد قيمة معامل الارتباط بينهما وأخذنا (n) من القيم لكل منهم حيث تمثل الظاهرة الأولى بالرمز (Xi) و الظاهرة الثانية بالرمز (Yi) فإن قيمة r تستخرج بالصيغة التالية :

$$r = \frac{\sum Xi Yi - n \bar{X} \bar{Y}}{\sqrt{\sum Xi^2 - n (\bar{X})^2} \sqrt{\sum Yi^2 - n (\bar{Y})^2}}$$

حيث إن :-

- $\sum Xi^2$: مجموع مربع كل قيمة من قيم الظاهرة Xi .
- $\sum Yi^2$: مجموع مربع كل قيمة من قيم الظاهرة Yi
- \bar{X} : الوسط الحسابي لقيم الظاهرة Xi
- \bar{Y} : الوسط الحسابي لقيم الظاهرة Yi
- n : تمثل عدد القيم

مثال /1:

البيانات التالية تمثل الدخل الشهري والادخار لمجموعة من الأشخاص ، المطلوب جد قيمة معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين وفسر العلاقة؟

الدخل Xi	10	12	11	7	6	8	9	5	4	3
الادخار Yi	4	5	5	3	2	3	3	1	1	0

الحل :

1- نعمل جدول عمودي لتسهيل عملية الحصول على قيمة معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين وكما يلي :

الدخل Xi	الادخار Yi	$X_i \cdot Y_i$	X_i^2	Y_i^2
10	4	40	100	16
12	5	60	144	25
11	5	55	121	25
7	3	21	49	9
6	2	12	36	4
8	3	24	64	9
9	3	27	81	9
5	1	5	25	1
4	1	4	16	1
3	0	0	9	0
مج 75	مج 27	248	645	99

2- نضرب قيم الظاهرة الأولى (Xi) في القيم المقابلة لها من الظاهرة الثانية (Yi) لنحصل على $\sum X_i Y_i$.

3- نربع قيم الظاهرة الأولى (Xi) ونجمع العمود لنحصل على $\sum X_i^2$

4- نربع قيم الظاهرة الثانية (Yi) ونجمع العمود لنحصل على $\sum Y_i^2$.

5- نستخرج قيمة الوسط الحسابي للظاهرة الأولى (Xi):

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{75}{10} = 7,5$$

6- نستخرج قيمة الوسط الحسابي للظاهرة الثانية (Yi):

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{27}{10} = 2,7$$

7- نطبق المعادلة و نستخرج قيمة معامل الارتباط البسيط :

$$r = \frac{\sum X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sqrt{\sum X_i^2 - n (\bar{X})^2} \sqrt{\sum Y_i^2 - n (\bar{Y})^2}}$$

$$\begin{aligned}
 & 248 - 10 (7,5) * (2,7) \\
 = & \frac{\sqrt{645 - 10 (7,5)^2} \sqrt{99 - 10 (2,7)^2}}{248 - 202,5} \\
 = & \frac{45,5}{\sqrt{645 - 10 (56,25)} \sqrt{99 - 10 (7,29)}} \\
 = & \frac{45,5}{\sqrt{645 - 562,5} \sqrt{99 - 72,9}} \\
 = & \frac{45,5}{\sqrt{82,5} \sqrt{26,1}} = \frac{45,5}{\sqrt{2153,25}} = \frac{45,5}{46,40} = 0,98
 \end{aligned}$$

هذا يعني وجود علاقة قوية و موجبة بين المتغيرين فكلما زاد الدخل زاد الادخار .

مثال /2:

البيانات التالية تمثل الادخار و حجم الأسرة لمجموعة من العوائل ذات الدخل المحدود ، المطلوب :
جد قيمة معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين وفسر العلاقة؟

2	6	3	5	7	8	9	10	6	4	حجم الأسرة Xi
7	4	6	5	5	2	1	0	4	6	الادخار Yi

الحل :

حجم الاسرة Xi	الادخار Yi	$X_i \cdot Y_i$	X_i^2	Y_i^2
4	6	24	16	36
6	4	24	36	16
10	0	0	100	0
9	1	9	81	1
8	2	16	64	4
7	5	35	49	25
5	5	25	25	25
3	6	18	9	36
6	4	24	36	16
2	7	14	4	49
مج60	مج40	189	420	208

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{60}{10} = 6$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{40}{10} = 4$$

$$r = \frac{\sum X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sqrt{\sum X_i^2 - n (\bar{X})^2} \sqrt{\sum Y_i^2 - n (\bar{Y})^2}}$$

$$= \frac{189 - (10 * 6 * 4)}{\sqrt{420 - 10 (6)^2} \sqrt{208 - 10 (4)^2}} = \frac{189 - 240}{\sqrt{420 - 360} \sqrt{208 - 160}}$$

$$= \frac{51 - 51 - 51 -}{\sqrt{60} \sqrt{48} \sqrt{2880} 53,66} = 0,95 -$$

هذا يعني وجود علاقة قوية و سالبة (عكسية) بين المتغيرين فكلما زاد حجم الأسرة قل الادخار.

تمرين رقم 32:

إذا توفرت لديك البيانات التالية والتي تمثل (Xi) عدد أفراد الأسرة (Yi) عدد وحدات الكهرباء المستهلكة يوميا ... المطلوب : جد قيمة معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين وفسر العلاقة؟

حجم الأسرة	Xi	15	7	11	8	9
الكهرباء المستهلكة يوميا	Yi	25	8	16	10	9

الحل :

Xi	Yi	Xi.Yi	Xi ²	Yi ²
15	25	375	225	625
7	8	56	49	64
11	16	176	121	256
8	12	96	64	144
9	9	81	81	81
مج 50	مج 70	784	540	1170

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{50}{5} = 10$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{70}{5} = 14$$

$$r = \frac{\sum X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sqrt{\sum X_i^2 - n (\bar{X})^2} \sqrt{\sum Y_i^2 - n (\bar{Y})^2}}$$

$$= \frac{784 - (5 \cdot 10 \cdot 14)}{\sqrt{540 - 5(10)^2} \sqrt{1170 - 5(14)^2}} = \frac{784 - 700}{\sqrt{540 - 500} \sqrt{1170 - 960}}$$

$$= \frac{84}{\sqrt{40} \sqrt{210}} = \frac{84}{\sqrt{8400}} = \frac{84}{91,65} = 0,91$$

هذا يعني وجود علاقة قوية و موجبة (طرديّة) بين المتغيرين فكلما زاد حجم الأسرة زاد عدد وحدات الكهرباء المستهلكة يوميا .

تمرين رقم 33:

البيانات التالية تمثل درجات (5) طلاب في مادتي الإدارة و الإحصاء في امتحان الفصل الثاني ، المطلوب : هل يوجد ارتباط بين المتغيرين وفسر العلاقة؟

6	10	8	4	2	X_i الإدارة
8	7	10	11	4	Y_i الإحصاء

الحل :

X_i	Y_i	$X_i \cdot Y_i$	X_i^2	Y_i^2
2	4	8	4	16
4	11	44	16	121
8	10	80	64	100
10	7	70	100	49
6	8	48	36	64
30 مج	40 مج	250	220	350

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{40}{5} = 8$$

$$r = \frac{\sum X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sqrt{\sum X_i^2 - n (\bar{X})^2} \sqrt{\sum Y_i^2 - n (\bar{Y})^2}}$$

$$= \frac{250 - (5 * 6 * 8)}{\sqrt{220 - 5 (6)^2} \sqrt{350 - 5 (8)^2}} = \frac{250 - 240}{\sqrt{220 - 180} \sqrt{350 - 320}}$$

$$= \frac{10}{\sqrt{40} \sqrt{30}} = \frac{10}{\sqrt{1200}} = \frac{10}{34,64} = 0,28$$

هذا يعني وجود علاقة ضعيفة وطرديّة بين المتغيرين أي إذا زاد احد المتغيرين لا يتغير الثاني تبعا لذلك .

Rank Correlation

ثانيا :- معامل ارتباط الرتب:

تستخدم معامل سبيرمان لارتباط الرتب اذا كان قياس المتغيرين كليهما مقياس ترتيبي ويرمز له بالرمز (r_s) :

طريقة حساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب : اذا فرضنا ان المتغير X له الرتب R_x وان المتغير Y له الرتب R_y وبفرض ان d ترمز الفرق بين الرتبتين (R_y ، R_x) وتكون قيمة $d = R_x - R_y$. فان معامل سبيرمان لارتباط الرتب يعطى بالصيغة التالية :

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

حيث إن :

n : عدد المشاهدات (أزواج).
 d : الفرق بين الترتيب للظاهرتين .

خطوات العمل :

- 1- نرتب قيم الظاهرتين ترتيبا واحدا أما تصاعديا أو تنازليا ونحن نعتمد الترتيب التصاعدي في دراستنا .
- 2- نعطي القيم المرتبة أرقاما بحسب الأعداد (1،2،3،.... الخ مع ملاحظة اخذ معدل الرتب للقيم المتكررة وإعطاء هذا المعدل لكل قيمة من القيم المتناظرة .
- 3- نجد مرتبات الظاهرة الثانية المناظرة لمرتبات الظاهرة الأولى .
- 4- نجد الفروق (d) بين المرتبات المتناظرة .
- 5- نجد مربعات الفرق لكل قيمة ونجمع المربعات ، ونحسب قيمة r_s بحسب الصيغة أعلاه .
- 6- تدل إشارة معامل ارتباط الرتب على اتجاه العلاقة فإذا كانت موجبة فان ذلك يدل على إن العلاقة بين المتغيرين طردية ، وإذا كانت سالبة فان ذلك يدل على إن العلاقة بين المتغيرين عكسية .
- 7- تتراوح قيمة معامل ارتباط الرتب { $-1 \leq r_s \leq 1$ } فكلما اقتربت قيمة معامل ارتباط الرتب من (1) فان هذا يعني قوة علاقة الارتباط والعكس صحيح كلما اقتربت من (0) الصفر استنتجنا إن العلاقة ضعيفة ، وإذا وصلت إلى الصفر فان العلاقة تكون معدومة . أما إذا كانت العلاقة تساوي (1) فان هذا يعني إن الارتباط تاما .

مثال/1 :- لدراسة علاقة ارتباط تقديرات الطلاب في مادة الاحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات ، اخترنا خمس طلاب وكانت تقديراتهم كما يلي :

B	D	C	A	F	X	تقديرات مادة الاحصاء
A	F	B	C	D	Y	تقديرات مادة الرياضيات

الحل :
1- نرتب قيم الظاهرة الأولى تصاعديا ونعطيها تسلسل مع مراعاة القيم المتكررة :

الاحصاء X	الرياضيات Y	رتب R_x	رتب R_y	$d = R_x - R_y$	d^2
1 F	2 D	1	2	-1	1
5 A	3 C	5	3	2	4
3 C	4 B	3	4	-1	1
2 D	1 F	2	1	1	1
4 B	5 A	4	5	-1	1
					$\sum d^2 = 8$

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6 * 8}{5(5^2 - 1)} = 1 - \frac{48}{5(25-1)} = 1 - \frac{48}{120}$$

$$= 1 - 0.4 = 0.6$$

هذا يعني وجود علاقة متوسطة و موجبة بين المتغيرين (علاقة طردية) .

مثال/2:- في دراسة لمعرفة العلاقة بين عدد الحقول المكتشفة و طول الانابيب (بالكيلو متر)
الناقلة للنفط الخام بالعراق خلال عدة سنوات ، سجلت سبع قراءات على النحو الاتي :

67	63	62	61	56	54	55	X	عدد الحقول
23120	23125	23020	23008	23006	22027	21960	Y	طول الانابيب

الحل:

عدد الحقول X	طول الانابيب Y	رتب R_x	رتب R_y	$d = R_x - R_y$	d^2
2	55	1	21960	2	1
1	54	2	22027	1	2
3	56	3	23006	3	3
4	61	4	23007	4	4
5	62	5	23020	5	5
6	63	7	23125	6	7
7	67	6	23120	7	6
					$\sum d^2 = 4$

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6 * 4}{7(7^2 - 1)} = 1 - \frac{24}{7(49-1)} = 1 - \frac{24}{336}$$

$$= 1 - 0.07 = 0.93$$

هذا يعني وجود علاقة قوية و موجبة بين المتغيرين (علاقة طردية) .

تمرين رقم 34:

أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان لدرجات (9) من الطلبة في السنة الأولى (x) والسنة الثانية (y) في المعهد والتي كانت كما يلي :-

السنة الأولى (x)	متوسط	جيد	جيد جداً	جيد جداً	امتياز	جيد جداً	جيد	متوسط	مقبول
السنة الثانية (y)	مقبول	متوسط	جيد	جيد جداً	امتياز	جيد	متوسط	مقبول	مقبول

الحل:

السنة الأولى X	السنة الثانية Y	رتب R _x	رتب R _y	d = R _x - R _y	d ²
3 متوسط	1 مقبول	2.5	1.5	1	1
4 جيد	3 متوسط	4.5	4	0.5	0.25
6 جيد جداً	6 جيد	7	6.5	0.5	0.25
9 امتياز	9 امتياز	9	9	0	0
7 جيد جداً	8 جيد جداً	7	8	-1	1
8 جيد جداً	7 جيد	7	6.5	0.5	0.25
5 جيد	4 متوسط	4.5	4	0.5	0.25
2 متوسط	5 متوسط	2.5	4	-1.5	2,25
1 مقبول	2 مقبول	1	1.5	-0.5	0.25
					∑5d ² = 5.5

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6 * 5.5}{9(9^2 - 1)} = 1 - \frac{33}{9(81 - 1)} = 1 - \frac{33}{720}$$

$$= 1 - 0.04 = 0.96$$

هذا يعني وجود علاقة قوية و موجبة بين المتغيرين (علاقة طردية) .

ثالثا :- ارتباط الصفات :- هناك نوعان من ارتباط الصفات هما :-

1- معامل الاقتران 2- معامل التوافق

- معامل الاقتران :- تسمى هذه العلاقة بين ظاهرتين تتصف كلا منهما بصفتين فقط بالاقتران ويتم احتساب معامل الاقتران وفق الصيغة التالية :-

1	1	2
2	a	B
1	C	d
2		

$$A = \frac{ad - bc}{ad + bc}$$

مثال 1 :- اختبار تأثير التطعيم باللقاح ضد مرض الكوليرا وبالرجوع الى الاحصائيات على المرض وجدت البيانات التالية :-

الإصابة الوقائية	لم يصاب	يصاب
مطعم	1930 a	40 B
لم يطعم	1130 c	340 D

$$A = \frac{ad - bc}{ad + bc}$$

$$= \frac{(1930 * 340) - (40 * 1130)}{(1930 * 340) + (40 * 1130)}$$

$$= \frac{656200 - 45200}{656200 + 45200}$$

$$= \frac{608000}{701400} = 0.87$$

العلاقة طردية قوية موجبة

مثال 2 :- تم بحث 125 حالة بين النجاح في احدى الكليات ودخل رب العائلة وكانت النتيجة كالاتي .

المطلوب :- احسب معامل ارتباط الاقتران بين النجاح ودخل رب العائلة .

النجاح \ الدخل	ناجح	لم ينجح
يكفي	62 A	19 B
لا يكفي	10 C	34 D

$$ad - bc$$

$$A = \frac{ad - bc}{ad + bc}$$

$$(62 * 34) - (19 * 10)$$

$$= \frac{(62 * 34) - (19 * 10)}{(62 * 34) + (19 * 10)}$$

$$(62 * 34) + (19 * 10)$$

$$2108 - 190$$

$$= \frac{2108 - 190}{2108 + 190}$$

$$2108 + 190$$

$$1918$$

$$= \frac{1918}{2298} = 0.834$$

$$2298$$

العلاقة طردية قوية موجبة

رابعا :- الانحدار (Regression) :- هو تقدير القيمة المستقبلية لمتغير واحد بناءً على معرفة قيم متغير اخر : و يفيدنا في

- 1- تحديد شكل العلاقة بين المتغيرين رياضيا وبيانيا (خط الانحدار) .
- 2- توضيح اتجاه العلاقة بين المتغيرين .
- 3- التنبؤ بقيمة احد المتغيرين بدلالة المتغير الاخر .

• الانحدار :- هو اسلوب يمكن بواسطته تقدير قيمة احد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الاخر عن طريق معادلة الانحدار ، وله انواع :-

- 1- الانحدار الخطي البسيط :- فكلمة (بسيط) تعني ان المتغير التابع Y يعتمد على متغير مستقل واحد وهو X وكلمة (خطي) تعني ان العلاقة بين المتغيرين (X , Y) علاقة خطية .
- 2- الانحدار المتعدد :- اذا كان المتغير Y يعتمد على اكثر من متغير مستقل .
- 3- الانحدار غير الخطي :- اذا كانت العلاقة بين المتغير Y والمتغيرات المستقلة غير خطية كأن تكون من الدرجة الثانية او اسية .

الانحدار الخطي البسيط :- بعد تمثيل الأزواج المرتبة بالمستوى نحصل على شكل الانتشار فاذا اظهر الشكل الانتشاري للبيانات ان هناك علاقة خطية بين المتغيرين نقوم بتقدير خط الانحدار Y على X بواسطة العلاقة :

$$y = a + bx$$

a : ثابت الانحدار او الجزء المقطوع من محور Y

b : ميل الخط المستقيم او معامل انحدار y على x

تحسب القيمتان (a , b) حسب طريقة المربعات الصغرى من خلال العلاقتين التاليتين :-

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i) (\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x}$$

حيث إن :

\bar{y} : الوسط الحسابي لقيم الظاهرة

\bar{x} : الوسط الحسابي للزمن

مثال 1 : البيانات التالية تمثل المواد المصروفة من احد المخازن (ألف طن) :

السنة	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
المواد المصروفة	6	4	8	10	14	12	16	18

المطلوب إيجاد : 1- إيجاد معادلة خط الاتجاه العام باستخدام الطريقة المختصرة ؟
2- تقدير كمية المواد المصروفة عام 2015 ؟

الحل :

السنة	Yi	Xi	Xi yi	Xi ²
2004	6	4	24	16
2005	4	5	20	25
2006	8	6	48	36
2007	10	7	70	49
2008	14	8	112	64
2009	12	9	108	81
2010	16	10	160	100
2011	18	11	198	121
	$\sum X = 88$	$\sum Y = 60$	740	492

$$b = \frac{n \sum xi yi - (\sum xi) (\sum yi)}{n \sum xi^2 - (\sum xi)^2}$$

$$b = \frac{(8) (740) - (60) (88)}{(8) (492) - (60)^2}$$

$$= \frac{5920 - 5280}{3936 - 3600} = \frac{640}{336} = 1.904$$

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{60}{8} = 7.5$$

$$\bar{y} = \frac{\sum yi}{n} = \frac{88}{8} = 11$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x}$$

$$= 11 - 1.904 (7.5) = - 3.28$$

$$Y_{2015} = a + b x$$

معادلة خط الاتجاه العام

$$= -3.28 + 1.904(x)$$

$$= -3.28 + 1.904 (15)$$

$$= -3.28 + 28.56$$

$$= 25.28 \text{ طن}$$

تمثل المواد المتوقع سحبها من المخازن عام 2015

تمرين رقم (2) :

باستخدام الطريقة المختصرة ما هي المبيعات السنوية المتوقعة للشركة (س) خلال عام 2016 إذا علمت إن المبيعات المتحققة في الشركة للسنوات الماضية كما موضح أدناه:

2011	2010	2009	2008	2007	2006	2005	2004	2003	2002	2001	2000	السنة
22	20	15	18	18	16	15	12	11	10	8	3	المبيعات

السنة	Yi	Xi	Xi yi	Xi ²
2000	3	0	0	0
2001	8	1	8	1
2002	10	2	20	4
2003	11	3	33	9
2004	12	4	48	16
2005	15	5	75	25
2006	16	6	96	36
2007	18	7	126	49
2008	18	8	122	64
2009	15	9	135	81
2010	20	10	200	100
2011	22	11	242	121
	$\sum Y = 168$	$\sum X = 66$	$\sum YX = 1127$	$\sum Xi^2 = 506$

$$b = \frac{n \sum xi yi - (\sum xi) (\sum yi)}{n \sum xi^2 - (\sum xi)^2}$$

$$= \frac{(12) (1127) - (66) (168)}{(12) (506) - (66)^2}$$

$$= \frac{13524 - 11088}{6072 - 4356} = \frac{2436}{1716} = 1.42$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{66}{12} = 5.5$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{168}{12} = 14$$

$$\begin{aligned} a &= \bar{y} - b \bar{x} \\ &= 14 - 1.42(5.5) \\ &= 14 - 7.81 \\ &= 6.19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{2016} &= a + b x && \text{معادلة خط الاتجاه العام} \\ &= 6.19 + 1.42(x) \\ &= 6.19 + 1.42(16) \\ &= 6.19 + 22.72 \\ &= 28.91 \cong 30 \end{aligned}$$

تمثل المبيعات المتوقع أن تحققها الشركة عام 2016

طريقة معادلات الاتجاه العام :- وتحسب القيمتان (a , b) من العلاقتين التاليتين :-

$$\sum y_i = na + b \sum x_i \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\sum x_i y_i = a \sum x_i + b \sum x_i^2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

مثال 3:- من البيانات التالية التي تمثل عدد السنوات وكمية المبيعات بالآلاف الاطنان . المطلوب :- ايجاد معادلة الانحدار بالطريقة المطولة ، علما بان $X = 12$

7	6	5	4	3	2	1	X
19	16	13	11	9	6	4	Y

خطوات الحل

1- نكتب معادلات الانحدار الخاصة بالطريقة المطولة

$$\sum y_i = na + b \sum x_i \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\sum x_i y_i = a \sum x_i + b \sum x_i^2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

2- نستخرج ما هو موجود بالمعادلات على شكل جدول

X	Y	xy	X ²
1	4	4	1
2	6	12	4
3	9	27	9
4	11	44	16
5	13	65	25
6	16	96	36
7	19	133	49
$\Sigma 28$	$\Sigma 78$	$\Sigma 381$	$\Sigma 140$

$$\begin{aligned} [78 = 7a + 28b \text{ -----(1)}] * 4 \\ 312 = 28a + 112b \text{(2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 312 &= 28a + 112b \\ \mp 381 &= \mp 28a \mp 140b \\ \hline \text{بالطرح} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [- 69 = - 28b] * - 1 \\ 69 = 28b \end{aligned}$$

$$b = \frac{69}{28} = 2.46$$

بتعويض قيمة b في المعادلة رقم (1) لاجاد قيمة a

$$78 = 7a + 28(2.46)$$

$$78 = 7a + 68.88$$

$$78 - 68.88 = 7a$$

$$7a = 9.12$$

$$a = \frac{9.12}{7} = 1.3$$

3- نستخرج قيمة X من معادلة الانحدار

$$\begin{aligned} y &= a + bX \\ &= 1.3 + 2.46(12) = 30.8 \approx 31 \end{aligned}$$

تمارين الفصل الرابع

س1 :- احسب الارتباط للبيانات التالية :-

5	8	12	9	10	4	X
4	5	11	8	6	2	Y

س2 :- احسب معامل الارتباط بين المتغيرين Y . X من الجدول ادناه :-

2	7	7	10	4	6	1	8	X
2	4	5	1	4	3	4	6	Y

س3 :- جد معامل ارتباط الرتب للتقديرات التالية لمادتي الاحصاء و الادارة

الاحصاء X	ضعيف	جيد	ممتاز	ضعيف جدا	متوسط	مقبول	جيد جدا
الادارة Y	مقبول	متوسط	جيد جدا	ضعيف	جيد	ضعيف جدا	ممتاز

س5 :- فيما يلي سنوات الخدمة (X) و التقديرات (Y) التي حصل عليها خمسة موظفين انخرطوا في دورة تدريبية .

15	10	18	10	12	X
ضعيف	جيد	جيد جدا	مقبول	جيد	Y

المطلوب :- احسب معامل ارتباط الرتب ؟ مع تفسير العلاقة ؟

س6 :- لديك البيانات التالية :-

8	5	6	2	4	3	1	X
8	6	7	4	5	2	3	Y

المطلوب :-

- 1- احسب معامل الارتباط الخطي ؟
- 2- احسب معامل ارتباط الرتب ؟ وفسر العلاقة ؟
- 3- احسب معادلة الانحدار عندما $X = 10$

س7 :- لدراسة علاقة ارتباط تقديرات الطلاب في مادة الادارة وتقديراتهم في مادة الادارة الخطر ، اخترنا تسعة طلاب وكانت تقديراتهم كما يلي :

F	A	F	E	B	D	C	A	F	X	تقديرات مادة الادارة
F	D	E	D	A	F	B	C	D	Y	تقديرات مادة ادارة الخطر

المطلوب :- احسب معامل ارتباط الرتب ؟ مع تفسير العلاقة ؟

الفصل الخامس
الارقام القياسية

Index Numbers

الأرقام القياسية

- 1- الرقم القياسي : يقيس متوسط التغيرات في أسعار أو كميات مجموعة من السلع بالمقارنة مع مدة زمنية معينة تعتبر أساسا للمقارنة.
- 2- فترة الأساس : هي الفترة التي تنسب إليها أسعار أو كميات الفترات الأخرى وهي تكون على الأغلب سنة واحدة وتسمى سنة الأساس . كما يشترط أن تكون سنة طبيعية خالية من الحالات الشاذة كالحروب والأزمات .
- 3- فترة المقارنة : هي الفترة التي تنسب أسعارها أو كمياتها إلى أسعار أو كميات فترة الأساس .

*المصطلحات المستخدمة في تركيب الأرقام القياسية ومن هذه المصطلحات

1- P_0 السعر في فترة الأساس	2- P_1 السعر في فترة المقارنة
3- Q_0 الكمية في فترة الأساس	4- Q_1 الكمية في فترة المقارنة

أنواع الأرقام القياسية :

*تركيب الأرقام القياسية :- هناك ثلاثة صيغ أساسية في الأرقام القياسية هما

- 1- الصيغ البسيطة لأرقام القياسية
- 2- الصيغ المرجحة للأرقام القياسية البسيطة
- 3- الأرقام القياسية المرجحة

اولا // الصيغ البسيطة للأرقام القياسية :- هناك صيغتان هما

- 1- الصيغ البسيطة للأرقام القياسية
- أ- منسوب السعر :- ويمكن الحصول عليه هي نسبة قيمة المتغير في فترة المقارنة إلى قيمة نفس المتغير في فترة الأساس لغرض حساب منسوب السعر من خلال الصيغة التالية :

$$\text{منسوب السعر} = \frac{P_1}{P_0} * 100$$

حيث ان :

- (p_0) : اسعار السلعة في سنة الاساس .
- (p_1) : اسعار السلعة في سنة المقارنة .

ب- منسوب الكمية :- يمكن الحصول عليه هي نسبة كمية المتغير في فترة المقارنة الى كمية نفس المتغير في فترة الاساس لغرض حساب منسوب الكمية من خلال الصيغة التالية :

$$\text{منسوب الكمية} = \frac{Q_1}{Q_0} * 100$$

حيث ان :

(Q₀) : تمثل الكمية في سنة الاساس .

(Q₁) : تمثل الكمية في سنة المقارنة .

مثال 1 : البيانات التالية تمثل اسعار الذهب (دولار) للسنوات 2006 – 2011

السنة	2006	2007	2008	2009	2010	2011
سعر الذهب	48	54	60	75	105	120

المطلوب : احسب الارقام القياسية لأسعار الذهب باستخدام سنة 2008 كسنة اساس و فسر معناها ؟

الحل

الارقام القياسية لأسعار الذهب :

السنة	سعر الذهب	الارقام القياسية
2006	48	48 / 60 × 100 = 80
2007	54	54 / 60 × 100 = 90
2008	60	60 / 60 × 100 = 100
2009	75	75 / 60 × 100 = 125
2010	105	105 / 60 × 100 = 175
2011	120	120 / 60 × 100 = 200

هذا يعني الرقم القياسي لأسعار الذهب سنة 2011 هو (200) اي ان الاسعار ضعف امثال الاسعار في سنة الاساس 2008 .

اما الرقم القياسي لأسعار الذهب سنة 2006 هو (80) اي ان الاسعار اقل الاسعار في سنة الاساس 2008 بنسبة 20% .

مثال 2:- البيانات التالية يوضح اسعار و كميات مجموعة من السلع في عامي (2014 - 2015)

المطلوب : 1- استنساخ مناسب السعر في عام 2015 باعتبار سنة 2014 سنة أساس ؟

2- استنساخ مناسب الكمية في عام 2015 باعتبار سنة 2014 سنة أساس ؟

السلعة	أسعار السلع		كميات السلع	
	2015	2014	2015	2014
اسماك	200	300	750	850
دواجن	250	350	560	700
لحوم	300	550	700	850

// الحل

$$1- \text{منسوب السعر} = \frac{P_1}{P_0} * 100$$

$$\text{الأسماك} = \frac{200}{300} * 100 = 67\%$$

$$\text{دواجن} = \frac{250}{350} * 100 = 83\%$$

$$\text{اللحوم} = \frac{300}{550} * 100 = 55\%$$

$$2- \text{منسوب الكمية} = \frac{Q_1}{Q_0} * 100$$

$$\text{الأسماك} = \frac{750}{850} * 100 = 88\%$$

$$\text{دواجن} = \frac{550}{700} * 100 = 79\%$$

$$\text{اللحوم} = \frac{700}{850} * 100 = 82\%$$

ثانيا :- الأرقام القياسية التجميعية البسيطة

ويقصد به (عبارة عن النسبة بين مجموع قيم عدة متغيرات في فترة المقارنة إلى مجموع قيم نفس المتغيرات في فترة الأساس)

ولحساب الرقم القياسي التجميعي البسيط بالمعادلة الآتية

$$100 * \frac{\sum P_1}{\sum P_0} = \text{الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار}$$

$$100 * \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} = \text{الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات}$$

حيث ان :

$(\sum p_0)$: مجموع اسعار سلع مختلفة في سنة الاساس .

$(\sum p_1)$: مجموع اسعار نفس السلع المختلفة في سنة المقارنة .

$(\sum Q_0)$: مجموع كميات السلع المختلفة في سنة الاساس .

$(\sum Q_1)$: مجموع كميات نفس السلع المختلفة في سنة المقارنة .

مثال 1:- البيانات التالية توضح الكميات المصدرة من مجموعة سلع من عامي (1976 – 1980)

والمطلوب // 1- استنتاج مناسب كميات السلع في عام 1980 باعتبار سنة 1976 سنة أساس

2- حساب الرقم القياس التجميعي للكميات تلك المجموعة من السلع

		P ₂	P ₁	
		الكميات المصدرة		السلع
1980	1976			
200	70			اسماك
80	20			اسمنت
900	400			بتروول

// الحل

$$100 * \frac{Q_1}{Q_0} = \text{منسوب الكمية} \quad -1$$

$$\% 286 = 100 * \frac{200}{70} = \text{الأسماك}$$

$$\% 400 = 100 * \frac{80}{20} = \text{اسمنت}$$

$$\% 225 = 100 * \frac{900}{400} = \text{بتروول}$$

$$100 * \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} = \text{الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات}$$

$$100 * \frac{900+80+200}{400+20+70} =$$

$$\% 241 = 100 * \frac{1180}{490} =$$

مثال 2 :- البيانات التالية تمثل اسعار بعض السلع المسحوبة من احد المخازن في عامي 2002 و 2010 المطلوب :

1- ايجاد الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار عام 2010 باعتبار عام 2002 سنة اساس وفسره؟

2- ايجاد الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار عام 1994 باعتبار عام 2002 سنة اساس وفسره؟

السلعة	A	B	C	D	المجموع
1994	3	4	3	6	16
2002	3	5	4	8	20
2010	4	8	4	14	30

-1

$$I = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

$$= \frac{30}{20} \times 100 = 150 \%$$

هذا يعني ان اسعار هذه السلع قد ارتفعت عام 2010 بنسبة 150 % بالمقارنة مع عام 2002 .

-2

$$I = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

$$= \frac{16}{20} \times 100 = 80 \%$$

هذا يعني ان اسعار هذه السلع كانت اقل عام 1994 بنسبة 10 % بالمقارنة مع عام 2002 . وهذه الطريقة بالرغم من سهولتها الا انه يواخذ عليها انها لا تاخذ بالحسبان الاهمية النسبية للسلع المختلفة والكميات المصروفة من كل سلعة .

ثالثا :- الارقام القياسية المرجحة :

لكي نعالج عيوب الطرق السابقة فأننا نرجح اسعار كل سلعة باستخدام معامل ملائم كان يكون كمية السلعة المباعة خلال سنة الاساس او سنة المقارنة وهناك صيغ لإيجاد الرقم القياسي المرجح :

1- الارقام القياسية المرجحة بكميات سنة الاساس (رقم لاسبير)

يعتبر من الارقام القياسية المرجحة بمعنى ان هناك اوزان معينة لكل سعر في السلسلة الزمنية ، وبذلك فان الرقم القياسي للاسبير ترجع هذه الطريقة على اسم العالم لاسبير و يتم حسابه بقسمة مجموع مرجح لسنة المقارنة على مجموع مرجح لسنة الاساس وتحسب بالصيغة التالية :

$$I_0(L) = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

حيث ان :

$I_0(L)$: الرقم القياسي للاسعار المرجح بكميات سنة الاساس لاسبير .

$\sum P_1 Q_0$: مجموع { اسعار سنة المقارنة مرجحة بكميات سنة الاساس } .

$\sum P_0 Q_0$: مجموع { اسعار سنة الاساس مرجحة بكميات سنة الاساس } .

2- الارقام القياسية المرجحة بكميات سنة المقارنة (رقم باش) :-

اما الرقم القياسي المرجح الاخر فهو الرقم القياسي لباش حسب اسم العالم باش ويتم حسابه بقسمة مجموع مرجح لسنة المقارنة على مجموع مرجح لسنة الاساس وتحسب بالصيغة التالية :

$$I_1(P) = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

حيث ان :

$I_1(P)$: الرقم القياسي للاسعار المرجح بكميات سنة المقارنة باش .

$\sum P_1 Q_1$: مجموع { اسعار سنة المقارنة مرجحة بكميات سنة المقارنة } .

$\sum P_0 Q_1$: مجموع { اسعار سنة الاساس مرجحة بكميات سنة المقارنة } .

3- الارقام القياسية المرجحة بكميات سنة المقارنة وكميات سنة الاساس (رقم فيشر)
 وهذا الرقم القياسي يعتبر من افضل الارقام القياسية على الاطلاق ، ويعتمد على الرقمين
 القياسيين الى لاسبير وباش في نفس الوقت .
 وتحسب بالطريقة التالية :

$$I_f = \sqrt{\text{رقم باش} * \text{رقم لاسبير}}$$

$$I_f = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} * \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_1}}$$

مثال3:- البيانات التالية تمثل أسعار وكميات بعض السلع الغذائية المصروفة من احد المخازن
 للأعوام 2007 - 2011، باعتبار سنة 2007 سنة أساس .

السلعة	2007		2011	
	السعر	الكمية	السعر	الكمية
قمح	3	6	4	8
سكر	5	8	8	10
رز	4	5	6	12
حليب	8	4	14	8

المطلوب :- جد :

- 1- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار عام 2011 وفسره؟
- 2- الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات عام 2011 وفسره؟
- 3- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2011 المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير)
 وفسره؟
- 4- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2011 المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش)
 وفسره؟
- 5- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2011 المرجح بكميات سنة المقارنة وسنة الأساس
 (رقم فيشر) وفسره؟

السلعة	2007		2011		P ₀ Q ₀	P ₁ Q ₁	P ₀ Q ₁	P ₁ Q ₀
	P ₀	Q ₀	P ₁	Q ₁				
قمح	3	6	4	8	18	32	24	24
سكر	5	8	8	10	40	80	50	64
رز	4	5	6	12	20	72	48	30
حليب	8	4	14	8	32	112	64	56
المجموع	20	23	32	38	110	296	186	174

1- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار عام 2011:

$$I = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

$$= \frac{32}{20} \times 100 = \%160$$

هذا يعني إن أسعار هذه السلع قد ارتفعت عام 2011 بنسبة 60% بالمقارنة مع عام 2007 .

2- الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات

$$I = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} \times 100$$

$$= \frac{38}{23} \times 100 = \%165$$

هذا يعني إن كميات هذه السلع قد ارتفعت عام 2011 بنسبة 65% المقارنة مع عام 2007 .

3- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2011 المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير):

$$I_0(L) = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

$$= \frac{174}{110} \times 100 = \%158$$

هذا يعني أن أسعار هذه السلع قد ارتفعت عام 2011 بنسبة 58% بالمقارنة مع عام 2007 ، مرجحة بكميات سنة الأساس.

4- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2011 المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش):

$$I_1 = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

$$= \frac{296}{186} \times 100 = \%159$$

هذا يعني أن أسعار السلع قد ارتفعت عام 2011 بنسبة 59% بالمقارنة مع عام 2007 ، مرجحة بكميات سنة المقارنة.

5- الرقم القياسي المرجح بكميات سنة المقارنة وبكميات سنة الأساس (رقم فيشر):

$$I_f = \sqrt{\text{رقم باش} * \text{رقم لاسبير}}$$

$$I_f = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} * \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_1}}$$

$$= \sqrt{158 * 159}$$

$$= \sqrt{25122} = 158.49$$

هذا يعني أن أسعار هذه السلع قد ارتفعت عام 2011 بنسبة % 58.5 بالمقارنة مع عام 2007، مرجحة بكميات سنة الأساس وبكميات سنة المقارنة .

تمرين رقم (4):- البيانات التالية أسعار وكميات ثلاث سلع (A ,B ,C) للسنتين 2000 و 2010 :

السلعة	2000		2010	
	السعر	الكمية	السعر	الكمية
A	150	53	230	60
B	10	17	46	20
C	30	30	34	22

باعتبار سنة 2000 سنة أساس جد :

- 1- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار عام 2010 وفسره؟
- 2- الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات عام 2011 وفسره؟
- 3- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2010 المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير) وفسره؟
- 4- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2010 المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش) وفسره؟
- 5- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2010 المرجح بكميات سنة المقارنة وبكميات سنة الأساس (رقم فيشر) وفسره؟

السلعة	2000		2010		P ₀ Q ₀	P ₁ Q ₁	P ₀ Q ₁	P ₁ Q ₀
	P ₀	Q ₀	P ₁	Q ₁				
A	150	53	230	60	7950	13800	9000	12190
B	10	17	46	20	170	920	200	780
C	30	30	34	22	900	748	660	1020
مج	190	100	310	102	9020	15468	9860	13992

1- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار عام 2010 :-

$$I = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

$$= \frac{310}{190} \times 100 = \%163$$

هذا يعني إن أسعار هذه السلع قد ارتفعت عام 2010 بنسبة 63% بالمقارنة مع عام 2000 .

2- الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات

$$I = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} \times 100$$

$$= \frac{102}{100} \times 100 = \%102$$

هذا يعني إن كميات هذه السلع قد ارتفعت عام 2011 بنسبة 2% بالمقارنة مع عام 2007 .

3- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2010 المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير):

$$I_0 = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

$$= \frac{13992}{9020} \times 100 = \%155$$

هذا يعني أن أسعار هذه السلع قد ارتفعت عام 2010 بنسبة 55% بالمقارنة مع عام 2000 مرجحة بكميات سنة الأساس.

4- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2010 المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش):

$$I_1(P) = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

$$= \frac{15468}{9860} \times 100 = \% 157$$

هذا يعني أن أسعار السلع قد ارتفعت عام 2010 بنسبة % 57 بالمقارنة مع عام 2000 ، مرجحة بكميات سنة المقارنة.

5- الرقم القياسي المرجح بكميات سنة المقارنة وبكميات سنة الأساس (رقم فيشر):

$$I_f = \sqrt{\text{رقم باش} * \text{رقم لاسبير}}$$

$$I_f = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} * \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}}$$

$$= \sqrt{155 * 157}$$

$$= \sqrt{24335} = 155.99$$

هذا يعني أن أسعار هذه السلع قد ارتفعت عام 2010 بنسبة %56 بالمقارنة مع عام 2000 مرجحة بكميات سنة الأساس وبكميات سنة المقارنة .

هذا يعني أن أسعار هذه السلع قد ارتفعت عام 2010 بنسبة %57 بالمقارنة مع عام 2000 مرجحة بكميات سنة المقارنة.

هذا يعني أن أسعار هذه السلع قد ارتفعت عام 2011 بنسبة %56 بالمقارنة مع عام 2000 مرجحة بكميات سنة الأساس وبكميات سنة المقارنة.

تمارين الفصل السادس

س1 :- كانت الاسعار لبعض المواد الاستهلاكية كما في الجدول الاتي :-

السلعة	السعر 2007	السعر 2011
السكر	200	300
الارز	240	400
الشاي	1500	1800
القهوة	2200	4500
المجموع	4140	7000

المطلوب :- احسب الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار باعتبار سنة 2007 سنة اساس ؟

س 2 :- الجدول الاتي يبين معدل وفيات الاطفال الرضع (لكل 1000 طفل ولد حيا) في العراق .

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005
المعدل	162	151	87	70	49	45

المطلوب :-

- 1- اوجد الرقم القياسي لمعدل الوفيات لجميع السنوات باعتبار سنة 2000 سنة الاساس ؟
- 2- اوجد الرقم القياسي لمعدل الوفيات لجميع السنوات باعتبار سنة 2007 سنة الاساس ؟

س 3 :- البيانات التالية أسعار وكميات ثلاث سلع (A , B , C) للسنتين 2013 - 2014 :

السلعة	2013		2014	
	السعر	الكمية	السعر	الكمية
A	100	85	210	60
B	40	20	75	25
C	60	30	50	20

المطلوب :- باعتبار سنة 2013 سنة اساس جد :

- 1- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار عام 2013 وفسره؟
- 2- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2013 المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير) وفسره؟
- 3- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2013 المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش) وفسره؟
- 4- الرقم القياسي التجميعي للأسعار عام 2013 المرجح بكميات سنة المقارنة وبكميات سنة الأساس (رقم فيشر) وفسره؟

الفصل السادس

الاختبارات الإحصائية

اولا :- اختبار (T) لمعنوية الفرق بين متوسطي مجتمعين للعينات الغير المستقلة .
يعد اختبار T من اكثر اختبارات الدلالة شيوعا في الابحاث النفسية و الاجتماعية والتربوية
وترجع نشأته الاولى الى ابحاث العالم ستودنت ولهذا سمي الاختبار باكثر الحروف تكرارا
في اسمه وهو حرف التاء .

ان اختبار (t) هو احد الاختبارات الإحصائية المهمة والذي يستخدم لاختبار الفروقات المعنوية بين
المتوسطات لعينة واحدة او لعينتين .

توجد فرضيتان اساسيتان تستخدم مع اختبار (t) ومع اي اختبار احصائي هما فرضية العدم
والفرضية البديلة.

فرضيات اختبار T

1- فرضية العدم :- وهي الفرضية الأساس التي يرمز لها بالرمز (H0) والتي تأخذ صيغة النفي
عادةً . اي عدم وجود فرق معنوي . وتكتب صيغة فرضية العدم حسب نوع الاختبار وكما يأتي:

الاختبار من جانب واحد **One Tailed Test**

الاختبار من جانبيين **Two Tailed Test**

انواع الأختبار

أ- الأختبار من جانب واحد:- يستخدم هذا الاختبار عندما تكون الفرضية المراد اختبارها متجهة.
فمثلاً عندما يراد اختبار احدى الفرضيات الآتية:-

”ان معدل ضربات قلب المدخنين (=) او (\neq) من معدل ضربات القلب لغير المدخنين“

”ان المستوى الثقافي للرجل (=) او (\neq) من المستوى الثقافي للمرأة“

حيث يلاحظ ان كلتا الفرضيتين قد حُدد اتجاهها، وفي هذه الحالة فان منطقة الرفض تبقى كما هي
دون القسمة على (2) عند تحديد القيمة الجدولية.

وصيغة فرضية العدم تكون :

$$H_0 : \mu = \mu_0 \text{ or } H_0 : \mu \neq \mu_0$$

حيث ان : μ قيمة المتوسط للمتغير المراد اختباره.

: μ_0 قيمة المتوسط للمتغير المقارن به.

ب- الأختبار من جانبيين :- يستخدم هذا الأختبار عندما تكون الفرضية المراد اختبارها غير متجهة.
فمثلاً عندما يراد اختبار احدى الفرضيات الآتية:-

”لايوجد فرق معنوي بين معدل ضربات القلب بين المدخنين و غير المدخنين“

”لايوجد فرق معنوي للمستوى الثقافي بين الرجل والمرأة“

فالفرضية الأولى لم يحدد نوع الفرق بين المدخنين وغير المدخنين. هل هو زيادة ام نقصان؟

وكذلك المستوى الثقافي بين الرجل والمرأة لم يحدد ايضاً. وفي هذه الحالة فان منطقة الرفض

تقسم على (2) عند تحديد القيمة الجدولية.

وصيغة فرضية العدم تكون :

$$H_0 : \mu - \mu_0 = 0 \text{ or } H_0 : \mu = \mu_0$$

حيث ان : μ قيمة المتوسط للمتغير المراد اختباره.

μ_0 : قيمة المتوسط للمتغير المقارن به.

خطوات اختبار ال T للفرق بين متوسطي عينتين غير مستقلة :

البيانات تحتوي على بيانات قبل وبعد التجربة إذا كان المجتمع الذي اختيرت منه العينة يتبع توزيعاً طبيعياً

1- صياغة فرض العدم : $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

أي أن متوسط العينة قبل إجراء التجربة لا يختلف أو يساوي متوسط العينة μ_2 بعد إجراء التجربة

و الفرض البديل :

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

$$\mu_1 > \mu_2$$

$$\mu_1 < \mu_2$$

أي أن متوسط العينة μ_1 قبل إجراء التجربة يختلف عن أو لا يساوي (أو أكبر أو أصغر) من متوسط العينة μ_2 بعد إجراء التجربة

2- نحسب احصاء الاختبار بعد تكوين جدول يساعدنا في حسابه على النحو التالي :

المشاهدة قبل التجربة	المشاهدة بعد التجربة	الفرق d	الفرق d^2
		$\sum d$	$\sum d^2$

و يكون احصاء الاختبار في هذه الحالة هو :

ويتبع توزيع ال t بدرجة حرية n-1

$$t = \frac{\bar{d} - (\mu_1 - \mu_2)}{S_d / \sqrt{n}} \sim t_{(n-1)}$$

$$t_c = \frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}}$$

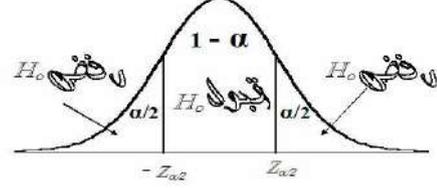
حيث أن $\bar{d} = \frac{\sum d}{n}$ هي الوسط الحسابي للفرق بين العينتين

و $S_d = \sqrt{\frac{\sum d^2 - n\bar{d}^2}{n-1}}$ هو الانحراف المعياري للفرق بين العينتين و n حجم العينة

3- نستخرج القيمة الجدولية من جداول توزيع الـ t عند درجة الحرية $n-1$ وعند مستوى المعنوية

$\frac{\alpha}{2}$ إذا كان الاختبار من طرفين و α إذا كان الاختبار من طرف واحد (يمينى أو يسرى)

4- اتخاذ القرار.. نتخذ القرار بناءا على قيمة إحصاء الاختبار والقيمة الجدولية
***نرسم في حالة طرف واحد



إذا وقعت قيمة إحصاء الاختبار في منطقة الرفض --- نرفض فرض العدم وبالتالي نقبل البديل H_1
إذا وقعت قيمة إحصاء الاختبار في منطقة القبول ---- نقبل فرض العدم H_0

مثال 1 :

ابتكرت طريقة حديثة لتدريس مادة مدخل علم النفس. هذه الطريقة تتضمن استخدام وسائل سمعية و بصرية لشرح المفاهيم المستخدمة في مدخل علم النفس. تم اختيار 6 طلاب لهذه التجربة و أجري اختبار قبل إجراء التجربة و رصدت الدرجات ثم أجري اختبار لهم بعد إجراء التجربة و رصدت درجاتها فكانت كالآتي :

الدرجة قبل التجربة (x)	الدرجة بعد التجربة (y)	الفروق D	d^2
69	71	-2	4
73	74	-1	1
76	79	-3	9
60	63	-3	9
84	86	-2	16
63	64	-1	1
المجموع		$\sum d = -12$	$\sum d^2 = 28$

هل يمكن أن نقرر أن درجات الطلاب اختلفت بفضل استخدام الوسائل السمعية و البصرية في تدريس المادة ؟ بافتراض أن درجات الطلاب قبل و بعد إجراء التجربة تتبع توزيعا طبيعيا بمستوى معنوية 0.10 ؟

الحل:

بما ان السؤال يحتوي على بيانات قبل و بعد تجربة ما
والمجتمع يتبع توزيعا طبيعيا
سأستخدم اختبار T للعينتين غير المستقلة

1 - صياغة فرض العدم $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

أي أن متوسط درجات الطلاب قبل استخدام الوسائل الحديثة لا يختلف عن متوسط درجاتهم بعد استخدام الوسائل الحديثة

والفرض البديل $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

أي أن متوسط درجات الطلاب قبل استخدام الوسائل الحديثة يختلف عن متوسط درجاتهم بعد استخدام الوسائل الحديثة

2- نحسب إحصاء الاختبار بعد تكوين الجدول

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{-12}{6} = -2 \quad \bar{d}^2 = 4$$

و الانحراف المعياري للفروق

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum d^2 - n\bar{d}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{28 - 6 \times 4}{5}} = \sqrt{\frac{28 - 24}{5}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{0.8} = 0.89$$

$$t_c = \frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} = \frac{-2}{\frac{0.89}{\sqrt{6}}} = \frac{-2}{0.36} = -5.55$$

3- نستخرج القيمة الجدولية من جداول توزيع الت

$$\alpha = \frac{0.1}{2} = 0.05 \quad \text{و درجة الحرية } n-1 = 6-1 = 5$$

(5,0.05) القيمة الجدولية : ± 2.015

4- اتخاذ القرار:

بما أن قيمة إحصاء الاختبار وقعت في منطقة الرفض فإننا نرفض فرض العدم ونقبل البديل أي أن متوسط درجات الطلاب قبل استخدام الوسائل الحديثة تختلف عن متوسط درجاتهم بعد استخدام الوسائل الحديثة بدرجة ثقة 90 % أي أنه ليس للوسائل الحديثة تأثير على درجات الطلاب

مثال (2):

يقوم أحد خبراء التغذية بتجربة نظام جديد للتغذية لتخفيض الوزن . فاختر أربعة أشخاص عشوائياً وسجل أوزانهم ثم طبق نظام التغذية الجديد على هؤلاء الأشخاص لمدة شهر ثم سجل أوزانهم في نهاية الفترة فحصل على النتائج التالية :

الشخص	الوزن في البداية (x)	الوزن في النهاية (y)	الفروق D	d ²
1	80	75	5	25
2	92	94	-2	4
3	68	67	1	1
4	39	35	4	16
المجموع			∑d = 8	∑d ² = 46

فهل تدل هذه المشاهدات على أن (متوسط أوزان الأشخاص قبل اتباع الحمية أكبر من متوسط أوزانهم بعد اتباع النظام) ؟ استخدم مستوى معنوية α = 0.05 ؟

الحل:

1- صياغة الفرض الأحصائي

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ v.s } H_1: \mu_1 > \mu_2$$

حيث أن μ_1 = متوسط أوزان الأشخاص قبل تطبيق الطريقة الجديدة
 μ_2 = متوسط أوزان الأشخاص بعد تطبيق الطريقة الجديدة

- نحسب إحصاء الاختبار بعد تكوين الجدول

$$\text{حيث } \bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{8}{4} = 2 \rightarrow \bar{d}^2 = 4$$

و الانحراف المعياري للفروق

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum d^2 - n\bar{d}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{46 - 4 \times 4}{4-1}} = \sqrt{\frac{46-16}{3}} = \sqrt{\frac{30}{3}} = \sqrt{10} = 3.16$$

$$t_c = \frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} = \frac{2}{\frac{3.16}{\sqrt{4}}} = \frac{2}{\frac{3.16}{2}} = \frac{2}{1.58} = 1.26$$

3- نستخرج القيمة الجدولية من جداول توزيع الـ t عند مستوى المعنوية 0.05 و درجة الحرية 3 n-1=4-1=3 القيمة الجدولية +2.353

4 - إتخاذ القرار

نقبل فرض العدم H_0

أي أن متوسط أوزان الأشخاص قبل اتباع الحمية لم يختلف عن من متوسط اوزانهم بعد اتباع النظام . وهذا يعني أن نظام التغذية الجديد غير مؤثر على الوزن .

مثال (3):

إذا كان من المعتقد ان أكل السمك يساعد على زيادة الذكاء أجريت تجربة على 5 أشخاص تم اختيارهم عشوائياً وأجري لهم أحد اختبارات الذكاء ثم أعطي لهم طعام يحتوي أساساً على السمك ، وبعد فترة أجري لهم اختبار الذكاء مرة أخرى فكانت نتائجهم كما يلي :

الشخص	قبل اكل السمك (X)	بعد أكل السمك (Y)	الفروق D	d^2
1	98	98	0	0
2	110	114	-4	16
3	105	115	-10	100
4	121	118	3	9
5	100	102	-2	4
المجموع			$\sum d = -13$	$\sum d^2 = 129$

وبفرض أن مستوى الذكاء قبل وبعد أكل السمك يتبع توزيعاً طبيعياً فاستخدمي مستوى معنوية $\alpha = 0.01$ لاختبار الفرض أن (مستوى الذكاء قبل أكل السمك يقل عن مستوى الذكاء بعد أكل السمك) ؟

الحل:

1- صياغة الفرض الإحصائي

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ v.s } H_1: \mu_1 < \mu_2$$

حيث أن μ_1 = متوسط ذكاء الأشخاص قبل أكل السمك
 μ_2 = متوسط ذكاء الأشخاص بعد أكل السمك

- نحسب إحصاء الاختبار بعد تكوين الجدول

$$\text{حيث } \bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{-13}{5} = -2.6 \rightarrow \bar{d}^2 = 6.76$$

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum d^2 - n\bar{d}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{129 - 5 \times 6.76}{5-1}} = \sqrt{\frac{129 - 33.8}{4}} = \sqrt{\frac{95.2}{4}} = \sqrt{23.8} = 4.87$$

$$t_c = \frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} = \frac{-2.6}{\frac{4.87}{\sqrt{5}}} = \frac{-2.6}{2.23} = -1.19$$

3- نستخرج القيمة الجدولية من جداول توزيع الت عند مستوى المعنوية 0.01 و درجة الحرية $n-1=5-1=4$ القيمة الجدولية -3.747

4 - اتخاذ القرار

نقبل فرض العدم H_0

أي أن متوسط درجات الذكاء قبل أكل السمك وبعده لم يختلف بدرجة ثقة 99% أي ان أكل السمك لا يزيد من درجة الذكاء

ثانياً :- اختبارات مربع كاي χ^2

تستخدم اختبارات مربع كاي لاختبار الفروض والمعنوية للبيانات الاسمية ، وهي أنواع منها:

1- اختبار المعنوية للعينة الواحدة (مربع كاي - لجودة التوفيق)

2- اختبار المعنوية لأكثر من عينة (مربع كاي - للاستقلال)

أولاً:- اختبار المعنوية للعينة الواحدة (مربع كاي - لجودة التوفيق)

يستخدم اختبار كاي لجودة التوفيق إلى اختبار هل النتائج المشاهدة تختلف عن النتائج المتوقعة .

شروط إجراء اختبار مربع كاي χ^2 لجودة التوفيق :

- 1- عدد مشاهدات العينة أكبر من 50 ($n > 50$)
- 2- التكرار المتوقع المناظر لكل فئة لا يقل عن 5 ($f_e < 5$)

خطوات اختبار كاي لجودة التوفيق :

1- صياغة فرض العدم والفرض البديل:

لا يوجد اختلاف بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة: H_0

يوجد اختلاف بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة: H_1

2- قيمة إحصاء الاختبار مربع كاي بعد تكوين جدول يساعدنا في حسابه على النحو التالي

الفئات	التكرارات المشاهدة	التكرارات المتوقعة	$f_o - f_e$	$(f_o - f_e)^2$	$\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$
	f_o	f_e			
المجموع					$\sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} \quad : \text{إحصاء الاختبار } \chi^2$$

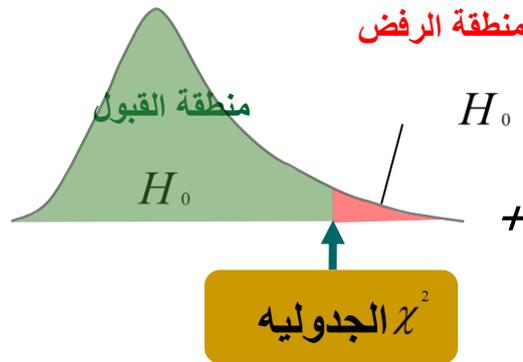
3- القيمة الجدولية لمربع كاي:

نحدد مستوى المعنوية α ودرجة الحرية من (عدد الفئات - 1)

نستخرج قيمة مربع كاي الجدوليه $\chi^2(n-1, \alpha)$

4- اتخاذ القرار:

نتخذ القرار بناءً على قيمة إحصاء الاختبار مربع كاي (نحدد منطقة الرفض و منطقة القبول على الرسم التالي):



إذا وقعت قيمة إحصاء الاختبار في منطقة الرفض فإننا نرفض H_0 ونقبل الفرض البديل H_1 فرض العدم

، أما إذا وقعت قيمة إحصاء الاختبار في منطقة القبول فإننا نقبل فرض العدم H_0

مثال :- في دراسات سابقة عن المرضى النفسيين تم سؤالهم عن مستواهم الدراسي فكانت النتائج كالآتي :

5% في المرحلة الجامعية

15% في المرحلة الثانوية

30% في المرحلة المتوسطة

50% في المرحلة الابتدائية

ولكن حاليا كانت النتائج لـ 60 شخص كالتالي :

عدد المرضى	المرحلة الثانوية
6	جامعي
20	ثانوي
10	متوسط
24	ابتدائي
60	المجموع

هل يمكن إن نقرر إن نتائج برنامج هذا العام الفعلية تختلف عن البرامج السابقة؟ $\alpha = 0.05$
الحل:

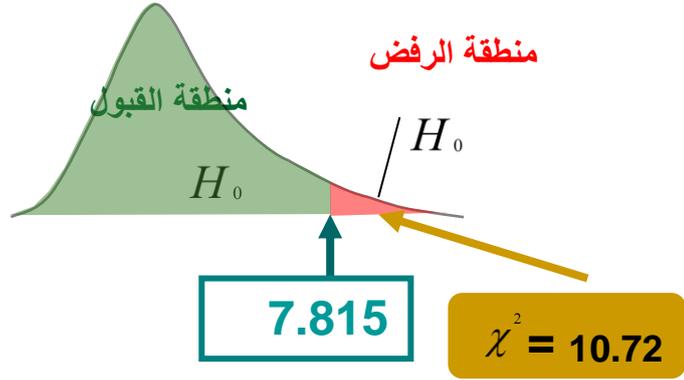
1- لا يوجد اختلاف بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة : H_0

يوجد اختلاف بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة : H_1

نمط التغير	التكرارات المشاهدة f_o	النسبة	التكرارات المتوقعة f_e	$f_o - f_e$	$(f_o - f_e)^2$	$(f_o - f_e)^2$ ----- f_e
جامعي	6	5%	$0.05*60=3$	3	9	3
ثانوي	20	15%	$0.15*60=11$	9	81	7.36
متوسط	10	30%	$0.30*60=18$	-8	64	3.55
ابتدائي	24	50%	$0.50*60=30$	-6	36	1.2
المجموع	60					10.72

قيمة إحصاء الاختبار $\chi^2 = 10.72$

3- قيمة χ^2 الجدولية = 7.815



4- وقع إحصاء الاختبار في منطقة الرفض

فإننا نرفض فرض عدم ونقبل الفرض البديل أي أن هناك اختلافًا بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة

مثال 2:

قامت وحدة محو الأمية بوزارة التعليم بتصميم برنامج دعائي يستهدف تحفيز ودفع غير المتعلمين إلى تغيير اتجاهاتهم بحيث يصبحون أكثر إيمانًا بفائدة التعليم و كانت نتائج البرامج السابقة في هذا المجال كالآتي :

23% يصبحون أكثر إيمانًا بأهمية التعليم (تغيير إيجابي) .

65% لا تتغير اتجاهاتهم (لا تغيير) .

12% تتغير اتجاهاتهم بحيث يصبحون أكثر نفورًا من التعليم (تغيير سلبي

بالنسبة لهذا العام كانت نتائج البرنامج الذي اجري على 90 شخصا غير متعلم على النحو التالي:

عدد الأفراد	نمط التغيير
52	تغيير ايجابي
34	لا تغيير
4	تغيير سلبي
المجموع = 90	

المطلوب :

هل يمكن إن نقرر إن نتائج برنامج هذا العام الفعلية تختلف عن البرامج السابقة؟ $\alpha = 0.05$

الحل:

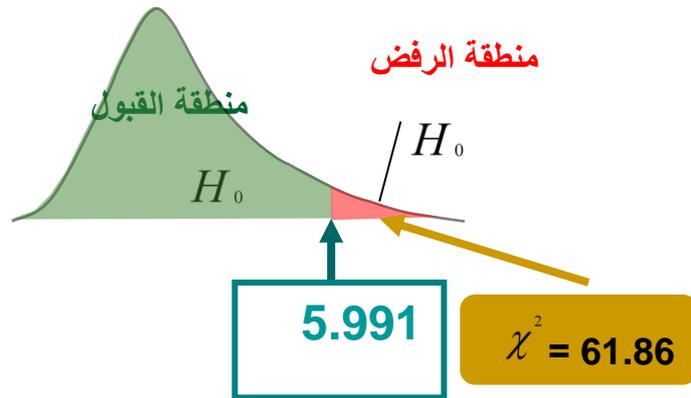
1- لا يوجد اختلاف بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة : H_0

2- يوجد اختلاف بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة : H_1

$\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$	$(f_o - f_e)^2$	$f_o - f_e$	التكرارات المتوقعة f_e	النسبة	التكرارات المشاهدة f_o	نمط التغير
47.32	979.69	31.3	20.7=90 × 0.23	23%	52	تغير ايجابي
10.26	600.25	24.5-	58.5=90 × 0.65	65%	34	لاتغير
4.28	46.24	6.8-	10.8=90 × 0.12	12%	4	تغير سلبي
61.86					90	المجموع

قيمة إحصاء الاختبار $\chi^2 = 61.86$

3- قيمة χ^2 الجدوليه = $\chi^2(2,0.05) = 5.991$



4- وقع إحصاء الاختبار في منطقة الرفض

فإننا نرفض فرض عدم ونقبل الفرض البديل أي أن هناك اختلافا بين النتائج المشاهدة والنتائج المتوقعة

ثانياً :- اختبار المعنوية لأكثر من عينة (مربع كاي- للاستقلال)

نحتاج في حالات كثيرة إلى التعرف عما إذا كانت هناك علاقة بين صفتين من صفات مجتمع ما . مثلاً قد نحتاج لمعرفة هل توجد علاقة بين مستوى الدخل والمستوى التعليمي ؟ أو هل توجد علاقة بين لون العينين ولون الشعر في مجتمع ما ؟ أو هل توجد علاقة بين المستوى التحصيلي ودخل الأسرة؟

يستخدم اختبار مربع كاي للاستقلال للإجابة على مثل هذه الأسئلة (هل توجد علاقة بين متغيرين إسميين أو متغير إسمي والآخر ترتيبي) ويعتمد على مقارنة القيم المشاهدة مع القيم المتوقعة. لذلك يجب أن نختار عينة عشوائية من المجتمع محل الدراسة ثم تصنف مشاهدات هذه العينة حسب مستويات كل صفة من الصفتين ووضعها في جدول يسمى جدول التوافق.

خطوات اختبار مربع كاي للاستقلال :

1- صياغة فرض العدم والفرض البديل:

لا يوجد علاقة بين الصفتين أو لا يوجد ارتباط بين الصفتين: H_0

يوجد علاقة بين الصفتين أو لا يوجد ارتباط بين الصفتين: H_1

2- قيمة إحصاء الاختبار مربع كاي: إذا كان لكل من الصفتين A, B مستويان إثتان فقط ، وكانت التكرارات المشاهدة هي a , b , c , d وذلك كما يلي :

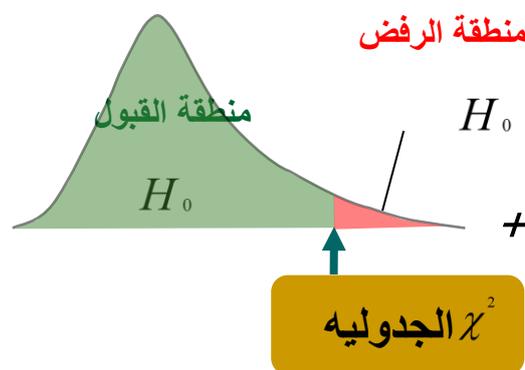
	B1	B2
A1	A	B
A2	C	D

ففي هذه الحالة يكون إحصاء الاختبار

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$$

3- القيمة الجدوليه لمربع كاي: له تقريباً توزيع مربع كاي بدرجة حرية واحدة. $\chi^2(1, \alpha)$

4- اتخاذ القرار: نتخذ القرار بناءً على قيمة إحصاء الاختبار



إذا وقعت قيمة إحصاء الاختبار في منطقة الرفض فإننا نرفض H_0 ونقبل الفرض البديل H_1

فرض العدم

، أما إذا وقعت قيمة إحصاء الاختبار في منطقة القبول فإننا نقبل فرض العدم H_0

مثال:

في بحث لدراسة العلاقة بين شرب الشاي والنوع تم اختيار عينة حجمها 88 من المقيمين في إحدى المدن وتم تصنيفهم في الجدول الآتي . هل تدل هذه البيانات على وجود علاقة بين شرب الشاي نوع الجنس؟ استخدم مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

	ذكور	إناث	المجموع
يشربون الشاي	40	33	73
لا يشربون الشاي	3	12	15
المجموع	43	45	88

الحل:

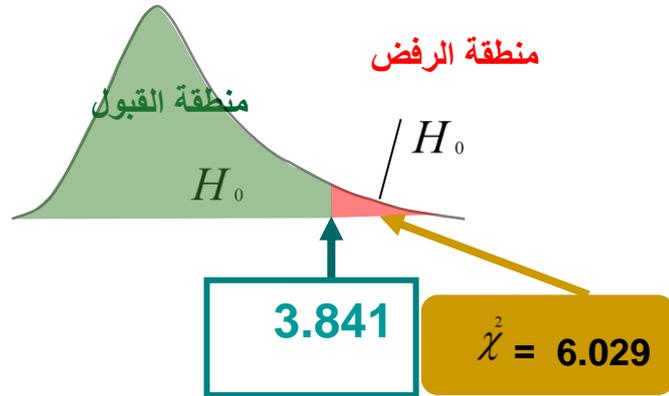
H_0 : لا توجد علاقة بين شرب الشاي ونوع الجنس.

H_1 : توجد علاقة بين شرب الشاي ونوع الجنس.

وتكون قيمة إحصاء الاختبار هي :

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} = \frac{88(40 \cdot 12 - 3 \cdot 33)^2}{73 \cdot 15 \cdot 43 \cdot 45} = 6.029$$

ونحصل على القيمة الحرجة من جدول توزيع مربع كاي فنجدها : $\chi^2(1,0.05) = 3.841$



وقيمة إحصاء الاختبار أكبر من القيمة الجدوليه ، أي أنها تقع في منطقة الرفض وبالتالي فإننا نرفض H_0 ونقبل H_1 وهو أن هناك علاقة بين شرب الشاي والنوع.

مثال :- أجري بحث اجتماعي لدراسة العلاقة بين الجنس والاتجاه للزواج من الاقارب أخذت عينة من 57 فردا وكانت النتائج على النحو التالي

الاتجاه للزواج من الاقارب	الجنس		المجموع
	ذكر	أنثى	
مويد	10	15	25
غير مويد	20	12	32
المجموع	30	27	57

المطلوب :- هل هناك ارتباط أو علاقة بين الجنس والاتجاه للزواج من الاقارب أم أن الصفتين مستقلتان عن بعضهما البعض أي لا علاقة بين الجنس والاتجاه للزواج من الاقارب بمستوى معنوية 0.05 ؟

الحل:

H_0 : لا توجد علاقة بين الاتجاه للزواج من الأقارب ونوع الجنس.

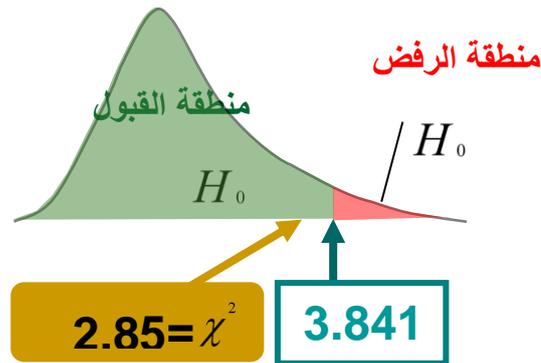
H_1 : توجد علاقة بين الاتجاه للزواج من الأقارب ونوع الجنس.

وتكون قيمة إحصاء الاختبار هي :

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)} = \frac{57(120 - 300)^2}{25 \times 32 \times 30 \times 27} = \frac{57 \times (-180)^2}{648000}$$

$$= \frac{57 \times 32400}{648000} = \frac{1846800}{648000} = 2.85$$

ونحصل على القيمة الحرجة من جدول توزيع مربع كاي فنجدها : $\chi^2(1,0.05) = 3.841$



وقد كانت قيمة إحصاء الاختبار أصغر من القيمة الجدولية ، أي أنها تقع في منطقة القبول وبالتالي فإننا نقبل H_0 وهو أنه ليس هناك علاقة بين الاتجاه للزواج من الأقارب والجنس

ثالثا :- اختبار المعنوية (Z) للعينة الواحدة

مقدمة:

يتعرض الإنسان في كثير من الحالات وفي مجالات العمل الى مواقف معينة تتطلب منه اتخاذ قرار بناء على معلومات محسوبة من عينه ، وعليه يجب اتخاذ هذا القرار بأقل قدر ممكن من الخطأ.

مثال 1: نفرض أن باحثا اجتماعيا ادعى ان متوسط اعمار طلاب الجامعة لا يختلف عن متوسط أعمار الطالبات. للتأكد من ذلك فإن الشئ الطبيعي أن نقوم بحصر اعمار الطلاب والطالبات ومنها نحسب المتوسط لكل منهما ثم نقرر من منهما اكبر..ولكن عملية الحصر صعبة ومجهددة لذلك نضطر الى اختيار عينة عشوائية من بين الطلاب وعينة عشوائية من بين الطالبات ونحسب متوسط العمر في كل عينة منهما ، فإذا كان متوسط عمر الطالب هو 24 وكان متوسط عمر الطالبة هو 22 فهل يعني ذلك ان متوسط عمر الطالب اكبر من متوسط عمر الطالبة؟؟ هل الفرق راجع لمجرد الصدفة؟؟ متى يكون الفرق نتيجة للصدفة؟؟ متى يكون الفرق دالا على وجود اختلاف حقيقي أو جوهري بين متوسطي المجتمعين الأصليين ..

مفاهيم مهمة :

هناك بعض المفاهيم المتعلقة باختبارات الفروض لابد من معرفتها:

- 1- الفرض الاحصائي :- هو عبارة عن ادعاء او تخمين معين حول معلمة من معالم المجتمع ويكون المطلوب اختبار صحة هذا الادعاء أو التخمين ...هناك نوعين من الفروض :
 - فرض العدم :- ويرمز له بالرمز H_0 ويصاغ في صورة عدم وجود فرق أو عدم وجود علاقة أو عدم وجود تغير - مثال : في مثال أعمار الطلاب وطالبات الجامعة فإن فرض العدم هو
 - H_0 : نفترض عدم وجود اختلاف بين متوسطي اعمار الطلاب والطالبات
 - الفرض البديل :- ويرمز له بالرمز H_1 وهو الفرض الذي يجب أن يكون صحيحا اذا كان فرض العدم غير صحيح - مثال : في مثال أعمار الطلاب وطالبات الجامعة فإن الفرض البديل هو
 - H_1 : يوجد اختلاف حقيقي وليس ظاهري بين متوسط اعمار الطلاب والطالبات .

مستوى المعنوية α ودرجة الثقة $(1 - \alpha)$:

- إن القرار الذي سوف نتخذه بناء على الاختبار الإحصائي لا يمكن اعتباره صحيح % 100 فهناك مقدار من الخطأ لأن المعلومات التي نتخذ قرارنا بناء عليها بيانات مأخوذة من عينة وليس من المجتمع الأصلي
- في اختبار فرض معين، فإن مقدار ثقتنا في القرار المتخذ بالفرض أو القبول يسمى بدرجة الثقة ويرمز له بالرمز $(1 - \alpha)$ كما وأن مقدار عدم الثقة أو مقدار الخطأ يسمى بمستوى المعنوية ويرمز له بالرمز α

وعادة يحدد الباحث مستوى المعنوية أو درجة الثقة قبل البدء في عملية الاختبار.
عند اختبار فرض العدم H_0 ضد الفرض البديل H_1 نجد أننا امام احدى الحالات الاربع الاتية :

	H0 صحيح	H0 خطأ
H0 قبول	قرار سليم	خطأ من النوع الثاني
H0 رفض	خطأ من النوع الاول	قرار سليم

- (1) أن يكون فرض العدم صحيحا ويكون القرار بقبوله وهذا قرار سليم
- (2) أن يكون فرض العدم صحيحا ويكون القرار برفضه وهذا قرار خاطئ (الخطأ من النوع الأول : رفض H_0 عندما يكون H_0 صحيحا ويرمز لحجم هذا الخطأ بالرمز α)
- (3) أن يكون فرض العدم خطأ ويكون القرار برفضه وهذا قرار سليم
- (4) أن يكون فرض العدم خطأ ويكون القرار بقبوله .. وهذا قرار خاطئ (الخطأ من النوع الثاني : قبول H_0 عندما يكون H_0 خاطئ ويرمز لحجم هذا الخطأ بالرمز β)

- احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول يسمى مستوى المعنوية ويرمز له بالرمز α أي ان α = احتمال رفض فرض العدم H_0 عندما يكون صحيح = مستوى المعنوية

- احتمال الوقوع في خطأ من النوع الثاني يرمز له بالرمز β أي أن β = احتمال قبول فرض العدم H_0 عندما يكون خطأ

خطوات اختبار الفرض الإحصائي حول متوسط المجتمع لعينة كبيرة

لإجراء الاختبار الإحصائي فإننا نتبع الخطوات التالية :

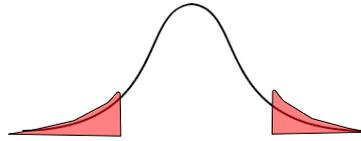
1- صياغة فرض العدم H_0

$$H_0 : \mu = 0$$

والفرض البديل هو احد الحالات التالية :

$$H_1 : \mu \neq 0$$

(اختبار من طرفين)



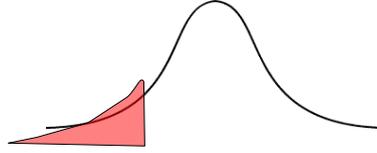
$$H_1 : \mu > 0$$

(اختبار من طرف واحد ، الجهة اليمنى)



3- $0\mu < \mu H1$:

(اختبار من طرف واحد ،الجهة اليسرى)



2- تحديد قيمة احصاء الاختبار (قيمة Z المحسوبة) :
حيث أن هذا الاحصاء يتبع تقريبا توزيعا طبيعيا قياسياً

$$Z_C = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

الدرجة المعيارية	درجة الثقة (1-α)	مستوى المعنوية α	نوع الاختبار
$= Z_{\alpha/2} \pm 1.96$	95% = 0.95	5% = 0.05	اختبار من طرفين
$= Z_{\alpha/2} \pm 2.58$	99% = 0.99	1% = 0.01	

3- تحديد القيمة الجدولية و تحدد على حسب نوع الاختبار وقيمة α :

القيمة الجدولية (القيمة الحرجة)	درجة الثقة (1-α)	مستوى المعنوية α	نوع الاختبار
$Z \alpha = 1.64$	95% = 0.95	5% = 0.05	اختبار من طرف واحد (الجهة اليمنى)
$Z \alpha = 2.33$	99% = 0.99	1% = 0.01	
$Z \alpha = -1.64$	95% = 0.95	5% = 0.05	اختبار من طرف واحد (الجهة اليسرى)
$Z \alpha = -2.33$	99% = 0.99	1% = 0.01	

4- اتخاذ القرار:

نتخذ القرار بناءً على قيمة احصاء الاختبار
نرفض H_0 إذا وقعت قيمة احصاء الاختبار في منطقة الرفض
لا نرفض H_0 إذا وقعت قيمة احصاء الاختبار في منطقة القبول

إذا كان الاختبار من طرفين : نقبل فرض العدم إذا تحققت المعادلة التالية :

$$-Z_{\alpha/2} < Z_C < Z_{\alpha/2}$$

نرفض فرض العدم إذا تحققت إحدى المعادلتين : $Z_C > Z_{\alpha/2}$

$$Z_C < -Z_{\alpha/2}$$

إذا كان الاختبار من طرف واحد الجهة اليمنى :

نقبل فرض العدم إذا تحققت المعادلة : $Z_C < Z_{\alpha}$

نرفض فرض العدم إذا تحققت المعادلة : $Z_C > Z_{\alpha}$

إذا كان الاختبار من طرف واحد الجهة اليسرى :

نقبل فرض العدم إذا تحققت المعادلة : $Z_C > -Z_{\alpha}$

نرفض فرض العدم إذا تحققت المعادلة : $Z_C < -Z_{\alpha}$

مثال (1):

شركة متخصصة في صناعة لعب الأطفال تعاقدت لشراء نوع جديد من الخيوط الصناعية، يدعي صانع هذه الخيوط أن متوسط قوة تحمل الخيط 15 كجم بانحراف معياري نصف كجم . ولاختبار صحة ادعاء الصانع أخذت عينة عشوائية من 50 خيطاً وتم اختبارها فوجد أن متوسط قوة التحمل في العينة 14.8 كجم . فهل يمكننا تأييد ادعاء المدير؟ استخدم مستوى معنوية 5 % .

الحل:

$$n=50 \quad \mu_0=15 \text{ kg}$$

$$\bar{X}=14.8 \text{ kg} \quad \sigma=0.5 \text{ kg}$$

1- صياغة الفرض الإحصائي:

الفرض العدم : عدم وجود فرق معنوي بين متوسط الخيوط القديمة والحديثة $H_0: \mu=15$

الفرض البديل : وجود فرق معنوي بين متوسط الخيوط القديمة والحديثة $H_1: \mu \neq 15$ حيث μ هي متوسط قوة تحمل الخيط .

2- إيجاد قيمة إحصاء الاختبار:

لان σ مجهولة والعينة كبيرة فانه يمكن استخدام S بدلاً من σ :

$$Z_C = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{14.8 - 15}{\frac{0.5}{\sqrt{50}}} = -2.83$$

3- تحديد القيمة الجدولية :

$$Z_{\alpha/2} = \pm 1.96$$

4- اتخاذ القرار:

بما أن القيمة المحسوبة وقعت في منطقة الرفض، فإن القرار هو: رفض فرض العدم

أي أن الادعاء غير صحيح وأن هناك فرق معنوي بين المتوسط الحقيقي والمتوسط المدعى.

مثال (2) :

إذا كان من المعروف أن جسم الإنسان البالغ يحتاج يوميا في المتوسط 800 ميللجرام من الكالسيوم لكي يقوم بوظائفه خير قام . ويعتقد احد علماء التغذية أن الأفراد ذوي الدخل المنخفض لا يستطيعون تحقيق هذا المتوسط ، ولاختبار ذلك تم اختيار عينة من 50 شخصا بالغا من بين ذوي الدخل المنخفض فكان متوسط ما يتناوله من كالسيوم يوميا هو 755.3 ميللجرام والانحراف المعياري هو 239.3 ميللجرام . فهل تدل هذه النتائج على أن متوسط ما يتناوله الأشخاص البالغون من ذوي الدخل المنخفض من كالسيوم يقل عن 800 ميللجرام؟ استخدمى مستوى معنوية 0.05

الحل :

1- صياغة الفرض الإحصائي:

فرض العدم هو

$$H_0 : \mu = 800$$

والفرض البديل

$$H_1 : \mu < 800$$

حيث μ هي متوسط ما يتناوله الإنسان البالغ ذوي الدخل المنخفض من الكالسيوم .

2- إيجاد قيمة إحصاء الاختبار:

لان σ مجهولة والعينة كبيرة فانه يمكن استخدام $s=239.3$ بدلا منها . وبالتعويض نجد ان قيمة احصاء الاختبار هي

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{755.3 - 800}{239.3/\sqrt{50}} = -1.32$$

3- تحديد القيمة الجدولية :

ونلاحظ هنا أن الاختبار ذو جانب (طرف) واحد هو الجانب (الطرف) الأيسر وحيث أن مستوى المعنوية $\alpha=0.05$ فانه من جدول التوزيع الطبيعي القياسي نجد أن القيمة الحرجة هي :

$$Z_{\alpha} = -1.64$$

4- اتخاذ القرار:

بما أن قيمة الاحصاء -1.32 اكبر من القيمة الحرجة -1.64 وهي تقع في منطقة القبول

وبالتالي

فإننا لا نرفض فرض العدم H_0 وهو أن متوسط ما يتناوله الإنسان البالغ ذو الدخل المنخفض من الكالسيوم يساوي 800 ميللجرام .

مثال (3) : في عينة عشوائية مكونة من تسجيل 100 حالة وفاة في قرية معينة تبين أن متوسط العمر في العينة 67.5 عاما والانحراف المعياري 8 أعوام. فهل هذا يوضح أن متوسط العمر في هذه القرية اكبر من 65 عاما استخدم مستوى معنوية % 5.

الحل:

نفرض أن μ متوسط العمر في هذه القرية .
1- صياغة الفرض الإحصائي:

$$H_0 : \mu = 65$$

$$H_1 : \mu > 65$$

2- إيجاد قيمة إحصاء الاختبار:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{67.5 - 65}{8/\sqrt{100}} = 3.125$$

3- تحديد القيمة الجدولية :

ونلاحظ هنا أن الاختبار ذو جانب (طرف) واحد هو الجانب (الطرف) الأيمن وحيث أن مستوى المعنوية $\alpha=0.05$ فإنه من جدول التوزيع الطبيعي القياسي نجد أن القيمة الحرجة

هي :

$$Z_{\alpha} = 1.64$$

4- اتخاذ القرار:

نجد أن قيمة Z المحسوبة 3.125 اكبر من القيمة الجدولية 1.64 لهذا فإن Z المحسوبة تقع في منطقة الرفض لهذا فإن القرار هو رفض H_0 ونستنتج من ذلك أن متوسط العمر في هذه القرية اكبر من 65 عاما .

تمارين الفصل السابع

ت1 :- ابتكرت طريقة حديثة لتدريس مادة مدخل علم النفس. هذه الطريقة تتضمن استخدام وسائل سمعية و بصرية لشرح المفاهيم المستخدمة في مدخل علم النفس. تم اختيار 10 طلاب لهذه التجربة و أجري اختبار قبل إجراء التجربة و رصدت الدرجات ثم أجري اختبار لهم بعد إجراء التجربة و رصدت درجاتها فكانت كالآتي :

الطلاب	الدرجة قبل التجربة (X)	الدرجة بعد التجربة (Y)	الفروق D	D ²
1	68	72	- 4	16
2	69	71	- 2	4
3	73	74	- 1	1
4	81	85	- 4	16
5	76	79	- 3	9
6	60	63	- 3	9
7	84	86	- 2	4
8	55	60	- 5	25
9	63	64	- 1	1
10	75	80	- 5	25
			$\sum d = 30$	$\sum d^2 = 110$

المطلوب :- هل يمكن أن نقرر أن درجات الطلاب تحسنت بفضل استخدام الوسائل السمعية و البصرية في تدريس المادة ؟ بافتراض أن درجات الطلاب قبل و بعد إجراء التجربة تتبع توزيعاً طبيعياً استخدم مستوى المعنوية $\alpha = 0.01$ باستخدام اختبار t ؟

1- إذا كان نوع الاختبار من طرف واحد 2- إذا كان الاختبار من طرفين

ت2 :- يقوم أحد خبراء التغذية بتجربة نظام جديد للتغذية لتخفيض الوزن . فاختار عشرة أشخاص عشوائياً وسجل أوزانهم ثم طبق نظام التغذية الجديد على هؤلاء الأشخاص لمدة شهر ثم سجل أوزانهم في نهاية الفترة فحصل على النتائج التالية :

الشخص	الوزن في البداية (X)	الوزن في النهاية (Y)	الفروق D	مربع الفروق D ²
1	81	79	2	4
2	64	64.5	- 0.5	0.25
3	67	64.5	2.5	6.25
4	72.5	72	0.5	0.25
5	69	67	2	4
6	70.5	72.5	-2	4
7	79	77	2	4
8	82	82	0	0
9	63	62	1	1
10	61	60	1	1
			$\sum d = 8.5$	$\sum d^2 = 24.75$

المطلوب :- فهل تدل هذه المشاهدات على أن طريقة التغذية الجديدة تؤدي الى انخفاض في وزن الأشخاص الذين يتبعونها ؟ استخدم مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ ؟ إذا كان نوع الاختبار من طرف واحد (الطرف الايمن)

ت3 :- في دراسات سابقة عن المرضى النفسيين تم سؤالهم عن مستواهم الدراسي فكانت النتائج كالآتي :

5% في المرحلة الجامعية

15% في المرحلة الثانوية

30% في المرحلة المتوسطة

50% في المرحلة الابتدائية

ولكن حالياً كانت النتائج لـ 70 شخص كالآتي :

عدد المرضى	المرحلة الثانوية
10	جامعي
20	ثانوي
15	متوسط
25	ابتدائي
70	المجموع

المطلوب :- هل يمكن إن نقرر إن نتائج برنامج هذا العام الفعلية تختلف عن البرامج السابقة ؟
 $\alpha = 0.05$ باستخدام اختبار مربع كاي ؟

ت4 :- في بحث لدراسة العلاقة بين شرب الشاي والنوع تم اختيار عينة حجمها 88 من المقيمين في إحدى المدن وتم تصنيفهم في الجدول الآتي . هل تدل هذه البيانات على وجود علاقة بين شرب الشاي نوع الجنس؟ استخدم مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ باستخدام مربع كاي ؟

	ذكور	إناث	المجموع
يشربون الشاي	40	33	73
لا يشربون الشاي	3	12	15
المجموع	43	45	88

ت5:- أجري بحث اجتماعي لدراسة العلاقة بين الجنس والاتجاه للزواج من الأقارب أخذت عينة من 57 فرداً وكانت النتائج على النحو التالي

الاتجاه للزواج من الأقارب	ذكور	انثى	المجموع
مؤيد	10	15	25
غير مؤيد	20	12	32
المجموع	30	27	57

المطلوب :- هل هناك ارتباط أو علاقة بين الجنس والاتجاه للزواج من الأقارب أم أن الصفتين مستقلة عن بعضها البعض أي لا علاقة بين الجنس والاتجاه للزواج من الأقارب بمستوى معنوية 0.05 ؟ باستخدام مربع كاي؟

ت6 :- إذا كان من المعروف ان جسم الإنسان البالغ يحتاج يوميا في المتوسط 800 ملغم من الكالسيوم لكي يقوم بوظائفه خير قيام ، ويعتقد احد علماء التغذية إن الأفراد ذوي الدخل المنخفض لا يستطيعون تحقيق هذا المتوسط ، ولاختبار ذلك تم اختيار عينة من 50 شخصا بالغاً من بين ذوي الدخل المنخفض فكان متوسط ما يتناوله من كالسيوم يوميا هو 755.3 ملغم والانحراف المعياري هو 239.3 ملغم .

المطلوب :- فهل تدل هذه النتائج على إن متوسط ما يتناوله الأشخاص البالغون من ذوي الدخل المنخفض من كالسيوم يقل عن 800 ملغم ؟ استخدم مستوى معنوية 0.05 باستخدام اختبار Z ؟

ت7 :- في عينة عشوائية مكونة من تسجيل 100 حالة وفاة في قرية معينة تبين ان متوسط العمر في العينة 67.5 عاما والانحراف المعياري 8 أعوام.

المطلوب :- فهل هذا يوضح ان متوسط العمر في هذه القرية اكبر من 65 عاما ؟ استخدم مستوى معنوية 1% باستخدام اختبار Z ؟

ت8 :- إذا كانت أعمار بطاريات السيارات المنتجة بواسطة أحد المصانع تتبع توزيعاً طبيعياً ، ويدعي صاحب المصنع أن متوسط أعمار هذه البطاريات هو 36 شهراً . ولاختبار صحة هذا الإدعاء اختيرت عينة عشوائية حجمها عشر بطاريات وقيست أعمارها بالشهور فكان متوسط أعمارها هو 30.33 شهر بانحراف معياري 4.01 شهراً.

المطلوب :- فهل تدل هذه البيانات على أن متوسط أعمار البطاريات أقل من 36 شهراً (استخدم مستوى معنوية $\alpha = 0.01$) باستخدام اختبار Z ؟